

# TEHNIČKO REŠENJE

## Algoritam za određivanje graničnih linija impedansi za rezistivno-reakтивnu klasu-B/J pojačavača snage

**M-85: Prototip, nova metoda, softver, standardizovan ili atestiran instrument, nova genetska proba, mikroorganizmi**

### **Autori:**

Dr Anamarija Juhas, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu,

Dr Staniša Dautović, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu,

Dr Ladislav Novak, Indiana University, Computer Science Department, Bloomington, United States

### **Godina**

2016

### **Podtip tehničkog rešenja:**

Softver - M85

### **Korisnik:**

Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, za potrebe daljih istraživanja

### **Projekat u okviru koga je realizovano tehničko rešenje:**

Broj projekta: TR 32016 Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije

Program istraživanja u oblasti tehnološkog razvoja za period 2011-2016.

Tehnološka oblast: Elektronika, telekomunikacije i informacione tehnologije

Naziv projekta: Inovativne elektronske komponente i sistemi bazirani na neorganskim i organskim tehnologijama ugrađeni u robe i proizvode široke potrošnje

Rukovodilac projekta: dr Ljiljana Živanov, redovni profesor

### **Kako su rezultati verifikovani (od strane kog tela):**

Verifikacija tehničkog rešenja je izvršena od strane:

Naučno-nastavnog veća Fakulteta tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

# 1. Opis problema koji se rešava tehničkim rešenjem

## Oblast na koju se tehničko rešenje odnosi

Teorija signala i sistema, teorija električnih kola, pojačavači snage

## Problem koji se tehničkim rešenjem rešava

U ovom tehničkom rešenju razvijeni su algoritmi za određivanje graničnih linija impedansi na osnovnom i drugom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage. Granične linije se određuju za impedansu na osnovnom harmoniku pri čemu je impedansa na drugom harmoniku poznata. Takođe se određuju za impedansu na drugom harmoniku pri čemu je impedansa na osnovnom harmoniku poznata. Ove granične linije su važne u dizajnu širokopojasnih i linearnih pojačavača snage, kao što su pojačavači snage u rezistivno-reaktivnoj klasi-B/J. Granične linije su određene analitičkim putem što je omogućilo da se razviju i softverski implementiraju algoritmi koji su vremenski efikasni.

## 2. Stanje rešenosti tog problema u svetu

U analizi pojačavača snage, dizajn signala je karika koja povezuje tehnologiju, dizajn kola i performanse sistema [1]. Analitički modeli signala donose brojne prednosti u dizajnu pojačavača snage, npr. dizajn pojačavača postaje manje zavisan od tehnologije, lakše utvrđivanje i otklanjanje izobličenja signala koja loše utiču na preformanse pojačavača, itd. [2].

Rezistivno-reaktivna klasa-B/J pojačavača snage je uvedena u radu [3], ali se ona pojavljuje i pod nazivom rezistivno-reaktivna klasa-J u radu [4]. U rezistivno-reaktivnoj klasi-B/J pojačavača, signal napona je nenegativan signal sa vremenski konstantnom komponentom, osnovnim i drugim harmonikom, dok je signal struje tzv. polusinusoidalan signal.

Pojam graničnih linija (eng. clipping contours) impedanse na osnovnom harmoniku za klasu-BJ pojačavača snage pojavio se prvi put u radu [5]. Granične linije predstavljaju granicu između nenegativnih signala sa jedne strane i signala koji to nisu sa druge strane. U [5] nije prikazan nikakav metod za generisanje graničnih linija. Kako je navedeno u kasnije objavljenom radu [3] iste istraživačke grupe, one su dobijene intenzivnim numeričkim simulacijama. Grafici graničnih linija impedanse na osnovnom harmoniku za klasu-BJ pojačavača su takođe prikazani u [6], ali ni u tom radu nije opisano kako su one određene. Analitičko rešenje za određivanje graničnih linija impedanse na osnovnom harmoniku kada je impedansa na drugom harmoniku čisto reaktivna opisano je u našem ranijem tehničkom rešenju [7].

Opštiji problem od određivanja graničnih linija impedanse na osnovnom harmoniku za klasu-BJ je određivanja graničnih linija impedanse na osnovnom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage. Kod klase-BJ, impedansa na drugom harmoniku je čisto reaktivna, dok kod rezistivno-reaktivne klase-B/J impedansa na drugom harmoniku ima i rezistivni i reaktivni deo. U radu [3] je predložen postupak za generisanje graničnih linija impedanse na osnovnom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača. Postupkom predloženim u [3] generišu se i tačke koje ne pripadaju graničnim linijama i koje je naknadno potrebno eliminisati. Tačke koje je potrebno eliminisati su tačke za koje odgovarajući signali nisu nenegativni i tačke koje ne obezbeđuju da impedansa na osnovnom harmoniku bude pasivna (za detalje videti odeljak 3.3.2.3).

U radu [3] takođe je predložen postupak za određivanje graničnih linija za impedansu na drugom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača, kada je impedansa na osnovnom harmoniku zadata. I ovaj postupak, osim tačaka na graničnoj liniji, generiše i tačke koje je potrebno naknadno eliminisati, jer ne odgovaraju nenegativnim signalima (za detalje videti odeljak 3.3.3.2).

Osim za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J, iako do sada nisu korišćene, granične linije impedansi na osnovnom i drugom harmoniku mogu biti koristan alat u projektovanju pojačavača snage sa injektovanim drugim harmonikom [8]-[11], kao i u projektovanju pojačavača snage sa proizvoljnim impedansama u izlaznom kolu [12].

### 3. Detaljan opis tehničkog rešenja (uključujući i prateće ilustracije i tehničke crteže)

Normalizovan oblik signala sa vremenski konstantnom komponentom, osnovnim i drugim harmonikom (trigonometrijski polinom drugog stepena) glasi:

$$T_2(\theta) = 1 + a_1 \cos \theta + b_1 \sin \theta + a_2 \cos 2\theta + b_2 \sin 2\theta. \quad (1)$$

Nenegativni signali tipa (1), tj. oni za koje važi  $T_2(\theta) \geq 0$  za svako  $\theta$ , modeluju naponski signal za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage.

Amplitude osnovnog i drugog harmonika signala (1) su

$$\lambda_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}, \quad (2)$$

$$\lambda_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2}, \quad (3)$$

respektivno. Signali tipa (1) mogu se napisati i u sledećem obliku:

$$T_2(\theta) = 1 + \lambda_1 \cos(\theta + \varphi_1) + \lambda_2 \cos(2\theta + \varphi_2), \quad (4)$$

gde je  $\lambda_1 \geq 0$ ,  $\lambda_2 \geq 0$ ,  $\varphi_1 \in (-\pi, \pi]$  i  $\varphi_2 \in (-\pi, \pi]$ . Relacije između koeficijenata  $a_1$ ,  $b_1$  i parametara  $\lambda_1$ ,  $\varphi_1$ , kao i koeficijenata  $a_2$ ,  $b_2$  i parametara  $\lambda_2$ ,  $\varphi_2$  glase:

$$a_1 = \lambda_1 \cos \varphi_1, \quad b_1 = -\lambda_1 \sin \varphi_1, \quad (5)$$

$$a_2 = \lambda_2 \cos \varphi_2, \quad b_2 = -\lambda_2 \sin \varphi_2. \quad (6)$$

#### 3.1. Opis nenegativnih signala sa osnovnim i drugim harmonikom

Prema klasičnom rezultatu o trigonometrijskim polinomima [13] (videti takođe i [14]), svi nenegativni trigonometrijski polinomi tipa (1) mogu se napisati kao:

$$T_2(\theta) = \operatorname{Re}^2 \{\underline{H}_2(e^{j\theta})\} + \operatorname{Im}^2 \{\underline{H}_2(e^{j\theta})\}, \quad (7)$$

gde je  $j = \sqrt{-1}$ ,

$$\underline{H}_2(e^{j\theta}) = c_0 + jd_0 + (c_1 + jd_1)e^{j\theta} + (c_2 + jd_2)e^{2j\theta}, \quad (8)$$

i parameteri  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d_0$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  zadovoljavaju sledeći uslov:

$$1 = c_0^2 + c_1^2 + c_2^2 + d_0^2 + d_1^2 + d_2^2. \quad (9)$$

Relacije koje povezuju koeficijente nenegativnih signala tipa (1) i ove parametre su:

$$a_1 = 2(c_0c_1 + c_1c_2 + d_0d_1 + d_1d_2), \quad (10)$$

$$a_2 = 2(c_0c_2 + d_0d_2), \quad (11)$$

$$b_1 = 2(d_0c_1 + d_1c_2 - c_0d_1 - c_1d_2), \quad (12)$$

$$b_2 = 2(c_2d_0 - c_0d_2). \quad (13)$$

Navedeni opis koeficijenata nenegativnih signala zahteva šest parametara  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $d_0$ ,  $d_1$  i  $d_2$  koji su povezani nelinearnom relacijom (9). Polazeći od rezultata [13], u [15] je pokazano da se koeficijenti nenegativnih signala sa osnovnim i drugim harmonikom mogu izraziti u terminima četiri nezavisna parametra. Taj opis je dat u sledećem stavu.

**Stav 1.** Za sve nenegativne signale tipa (1), koeficijenti  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $a_2$  i  $b_2$  mogu se izraziti u terminima četiri nezavisna parametra  $\varepsilon$ ,  $\psi$ ,  $\phi$  i  $\nu$  kao

$$a_1 = \sin 2\varepsilon [\cos \psi \cos(\phi + \nu) + \sin \psi \cos(\phi - \nu)], \quad (14)$$

$$b_1 = \sin 2\varepsilon [\cos \psi \sin(\phi + \nu) - \sin \psi \sin(\phi - \nu)], \quad (15)$$

$$a_2 = \cos^2 \varepsilon \sin(2\psi) \cos(2\nu), \quad (16)$$

$$b_2 = \cos^2 \varepsilon \sin(2\psi) \sin(2\nu). \quad (17)$$

Amplituda osnovnog harmonika nenegativnih signala tipa (1) zadovoljava relaciju [13], [15]:

$$0 \leq \lambda_1 \leq \sqrt{2}. \quad (18)$$

Amplituda drugog harmonika nenegativnih signala tipa (1) zadovoljava relaciju [15]:

$$0 \leq \lambda_2 \leq 1. \quad (19)$$

Osim toga, za nenegativne signale tipa (1),  $\lambda_2 = 1$  implicira  $\lambda_1 = 0$  [16].

### 3.2. Nenegativni signali sa bar jednom nulom

Za pojačavače snage od posebnog interesa su nenegativni signali sa bar jednom nulom, videti npr., [3], [6], [12], [15], [16], [17].

Opis nenegativnih signala tipa (1) sa bar jednom nulom dat je u sledećem stavu [15], [16].

**Stav 2.** Svaki nenegativan signal tipa (1) sa bar jednom nulom može se izraziti u sledećem obliku

$$T_2(\theta) = [1 - \cos(\theta - \theta_0)][1 - \lambda_2 \cos \xi - 2\lambda_2 \cos(\theta - \theta_0 + \xi)], \quad (20)$$

gde su

$$\lambda_2 \leq \frac{1}{2 + \cos \xi}, \quad (21)$$

$$|\xi| \leq \pi. \quad (22)$$

Konverzijom signala (20) u aditivnu formu dobijaju se njegovi koeficijenti:

$$a_1 = -(1 + \lambda_2 \cos \xi) \cos \theta_0 - 2\lambda_2 \sin \xi \sin \theta_0, \quad (23)$$

$$b_1 = -(1 + \lambda_2 \cos \xi) \sin \theta_0 + 2\lambda_2 \sin \xi \cos \theta_0, \quad (24)$$

$$a_2 = \lambda_2 \cos(2\theta_0 - \xi), \quad (25)$$

$$b_2 = \lambda_2 \sin(2\theta_0 - \xi), \quad (26)$$

gde  $\lambda_2$  zadovoljava (21) i  $|\xi| \leq \pi$ . Takođe, iz (25)-(26) i (6) sledi

$$\xi = (2\theta_0 + \varphi_2) \bmod 2\pi. \quad (27)$$

#### 3.2.1. Nenegativni signali sa bar jednom nulom i zadatim koeficijentima $a_2$ i $b_2$

U ovom odeljku određeni su eksplicitni izrazi za koeficijente  $a_1$  i  $b_1$  nenegativnih signala tipa (1) sa bar jednom nulom, za zadate koeficijente  $a_2$  i  $b_2$ ,  $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$ . Koeficijenti  $a_1$  i  $b_1$  izraženi su preko koeficijenata  $a_2$  i  $b_2$  na drugom harmoniku i  $\theta_0$ , gde  $\theta_0$  označava nulu signala. Interval za  $\theta_0$  koji obezbeđuje da signal bude nenegativan takođe je određen u eksplicitnom obliku. U našim ranijim radovima [16], [7] nije bio određen eksplicitan izraz za interval za  $\theta_0$ .

Rezultati ovog odeljka su korišćeni za određivanje graničnih linija impedanse na osnovnom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klase-B/J pojačavača snage (odeljak 3.3.2).

Koeficijenti nenegativnih signala sa bar jednom nulom dati su izrazima (23)-(26). Jednačine (25) i (26) mogu se rešiti po  $\lambda_2 \cos \xi$  i  $\lambda_2 \sin \xi$ ,

$$\lambda_2 \cos \xi = a_2 \cos 2\theta_0 + b_2 \sin 2\theta_0, \quad (28)$$

$$\lambda_2 \sin \xi = a_2 \sin 2\theta_0 - b_2 \cos 2\theta_0. \quad (29)$$

Uvrštavanjem (28) i (29) u (23) i (24), koeficijenti  $a_1$  i  $b_1$  mogu se izraziti preko  $a_2$ ,  $b_2$  i  $\theta_0$ ,

$$a_1 = -(1 + a_2) \cos \theta_0 - 2(a_2 \cos \theta_0 + b_2 \sin \theta_0) \sin^2 \theta_0, \quad (30)$$

$$b_1 = -(1 - a_2) \sin \theta_0 + 2(a_2 \sin \theta_0 - b_2 \cos \theta_0) \cos^2 \theta_0. \quad (31)$$

Da bi se iz (30) i (31) odredili svi parovi  $(a_1, b_1)$  nenegativnih signala sa bar jednom nulom i zadatim koeficijentima  $a_2$  i  $b_2$ , potrebno je odrediti interval za  $\theta_0$ .

Za zadate  $a_2$  i  $b_2$ , iz (6) se mogu odrediti amplituda  $\lambda_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2}$  i faza drugog harmonika:

$$\varphi_2 = \text{atan } 2(-b_2, a_2). \quad (32)$$

Funkcija  $\text{atan } 2(y, x)$  je definisana kao

$$\text{atan } 2(y, x) = \begin{cases} \text{arctan}(y/x) & \text{ako je } x \geq 0, \\ \text{arctan}(y/x) + \pi & \text{ako je } x < 0 \text{ i } y \geq 0, \\ \text{arctan}(y/x) - \pi & \text{ako je } x < 0 \text{ i } y < 0, \end{cases} \quad (33)$$

i njen kodomen je  $(-\pi, \pi]$ .

Iz (27) sledi  $2\theta_0 = (\xi - \varphi_2) \bmod 2\pi$ , odakle je

$$\theta_0 = \frac{1}{2}(\xi - \varphi_2) + t\pi, \quad (34)$$

gde je  $t$  ceo broj. Na osnovu (21), interval za  $\cos \xi$  zavisi samo od  $\lambda_2$ ,

$$-1 \leq \cos \xi \leq -2 + 1/\lambda_2. \quad (35)$$

Lako se može pokazati da je izraz (35) uvek zadovoljen ako je  $\lambda_2 \leq 1/3$ . Sa druge strane, za  $1/3 < \lambda_2 \leq 1$ , na osnovu (22) i (35), interval za  $|\xi|$  jednak je  $\arccos(-2 + 1/\lambda_2) \leq |\xi| \leq \pi$ . Sledi da se interval za  $|\xi|$  za signale tipa (20) može napisati kao

$$\xi_g \leq |\xi| \leq \pi, \quad (36)$$

gde je

$$\xi_g = \arccos[\min(1, -2 + 1/\lambda_2)]. \quad (37)$$

Iz (37) sledi  $0 \leq \xi_g \leq \pi$ , jer je kodomen funkcije  $\arccos$  jednak  $[0, \pi]$ . Uvedimo oznake

$$\theta_1 = -\pi + \frac{1}{2}(\xi_g - \varphi_2), \quad \theta_2 = -\frac{1}{2}(\xi_g + \varphi_2), \quad (38)$$

gde su  $\xi_g$  i  $\varphi_2$  dati sa (37) i (32), respektivno. Iz (38) sledi  $\theta_1 \leq \theta_2$ , jer je  $0 \leq \xi_g \leq \pi$ . Za  $\xi_g = \pi$  dobija se  $\theta_1 = \theta_2$ ,  $\lambda_2 = 1$  i  $\lambda_1 = 0$ . Iz (36), (34) i (38) sledi da je interval za  $\theta_0$  jednak

$$\theta_0 \in [\theta_1, \theta_2] \cup [\theta_1 + \pi, \theta_2 + \pi]. \quad (39)$$

Na osnovu izloženog, za zadate koeficijente  $a_2$  i  $b_2$ , interval za  $\theta_0$  može se odrediti iz (39). Uvrštavanjem izabrane vrednosti  $\theta_0$  u (30) i (31) dobijaju se koeficijenti  $a_1$  i  $b_1$ .

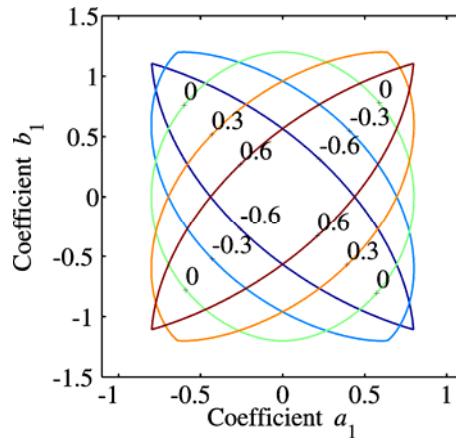
Za  $\lambda_2 \leq 1/3$  iz (37) se dobija  $\xi_g = 0$ . U tom slučaju iz (38) sledi  $\theta_2 = \theta_1 + \pi$  i (39) postaje  $\theta_0 \in [\theta_1, \theta_1 + 2\pi]$ . Sledi da  $\theta_0$  može uzeti sve vrednosti ako je  $\lambda_2 \leq 1/3$ .

Za  $\lambda_2 > 1/3$  podintervali u (39) su disjunktni. S obzirom da je  $\xi = \xi_g$  za  $\theta_0 = \theta_1 + \pi$  i  $\xi = -\xi_g$  za  $\theta_0 = \theta_2$  (videti (34) i (38)), iz (30)-(31) sledi

$$\begin{aligned} a_1(\theta_1) &= -a_1(\theta_2) = -a_1(\theta_1 + \pi) = a_1(\theta_2 + \pi), \\ b_1(\theta_1) &= -b_1(\theta_2) = -b_1(\theta_1 + \pi) = b_1(\theta_2 + \pi), \end{aligned} \quad (40)$$

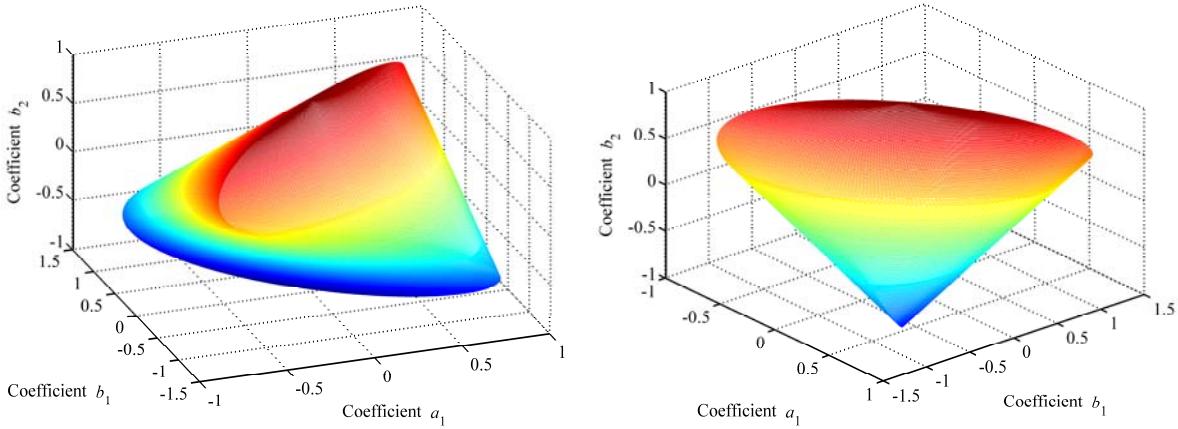
Relacije (40) pokazuju da je parametarski opisana kriva (30)-(31) na intervalu (39) neprekidna. Tačke  $\theta_1$  i  $\theta_2 + \pi$  odgovaraju nenegativnom signalu sa dve nule. Takode, tačke  $\theta_1 + \pi$  i  $\theta_2$  odgovaraju nenegativnom signalu sa dve nule. Signal sa nulama u  $\theta_1 + \pi$  i  $\theta_2$  ima  $a_1 \leq 0$ , dok signal sa nulama u  $\theta_1$  i  $\theta_2 + \pi$  ima  $a_1 \geq 0$  [7]. Osim toga, iz  $a_1(\theta_1) \cdot a_1(\theta_2) \leq 0$  i  $a_1(\theta_1 + \pi) \cdot a_1(\theta_2 + \pi) \leq 0$  sledi da je koeficijent  $a_1$  dat sa (30) jednak nuli za bar jedno  $\theta_0$  iz podintervala  $[\theta_1, \theta_2]$  i bar jedno  $\theta_0$  iz podintervala  $[\theta_1 + \pi, \theta_2 + \pi]$ , respektivno.

Na slici 1 su prikazane zatvorene krive u ravni  $a_1, b_1$  koje odgovaraju nenegativnim signalima sa  $a_2 = -0,2$  i bar jednom nulom, za pet vrednosti koeficijenta  $b_2$ :  $b_2 \in \{-0,6; -0,3; 0,0, 0,3; 0,6\}$ . Svaka kriva deli prostor  $a_1, b_1$  na unutrašnju i spoljašnju oblast. Tačke u unutrašnjoj oblasti odgovaraju nenegativnim signalima. Kada je  $\lambda_2 \leq 1/3$  krive su glatke, dok u slučaju  $1/3 < \lambda_2 < 1$  krive imaju dva "vrha" (nisu glatke u tim tačkama). Te tačke odgovaraju nenegativnim signalima sa dve nule (dva globalna minimuma).



Slika 1. Parametarski prostor  $(a_1, b_1)$  za  $a_2 = -0,2$  i  $b_2 \in \{-0,6; -0,3; 0,0, 0,3; 0,6\}$ .

Koeficijenti  $a_1$ ,  $b_1$  i  $b_2$  nenegativnih signala sa bar jednom nulom i  $a_2 = -0,2$  formiraju zatvorenu površ u koordinatnom sistemu  $(a_1, b_1, b_2)$ , prikazanu iz dva ugla na slici 2. Tačke unutar površi određuju nenegativne signale (koji nemaju nulu), tačke na površi određuju nenegativne signale koji imaju nulu, dok tačke izvan površi određuju signale koji nisu nenegativni.



Slika 2. Parametarski prostor  $(a_1, b_1, b_2)$  za  $a_2 = -0.2$ . Tačke na površi određuju nenegativne signale koji imaju nulu.

### 3.2.1.1. Specijalan slučaj kada je $a_2 = 0$

Specijalan slučaj kada je  $a_2 = 0$  je važan za modelovanje naponskog signala koji odgovara klasi-B/J pojačavača snage. Ovaj poseban slučaj analiziran je i u našem ranijem tehničkom rešenju [7], ali interval za  $\theta_0$  nije bio određen u eksplisitnom obliku. Ovde je taj slučaj izведен iz rezultata prethodnog odeljka.

Za  $a_2 = 0$  početna faza drugog harmonika je  $\varphi_2 = -(\pi/2)\operatorname{sgn} b_2$ , dok je amplituda  $\lambda_2 = |b_2|$ ,  $b_2 \neq 0$ . U ovom slučaju izrazi (30) i (31) postaju

$$a_1 = -\cos \theta_0 - 2b_2 \sin^3 \theta_0, \quad (41)$$

$$b_1 = -\sin \theta_0 + 2b_2 \cos^3 \theta_0. \quad (42)$$

Interval za  $\theta_0$  određuje se iz (39), gde su  $\xi_g$ ,  $\theta_1$  i  $\theta_2$  na osnovu (37) i (38) jednaki

$$\xi_g = \arccos[\min(1, -2 + 1/|b_2|)], \quad (43)$$

$$\theta_1 = -\pi + \frac{1}{2}\xi_g + \frac{\pi}{4}\operatorname{sgn} b_2, \quad \theta_2 = -\frac{1}{2}\xi_g + \frac{\pi}{4}\operatorname{sgn} b_2. \quad (44)$$

### 3.2.2. Nenegativni signali sa nulom i zadatim koeficijentima $a_1$ i $b_1$

U ovom odeljku rešen je problem određivanja svih parova koeficijenata  $(a_2, b_2)$  nenegativnih signala sa bar jednom nulom i zadatim koeficijentima  $a_1$  i  $b_1$ ,  $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$ . Koeficijenti  $a_2$  i  $b_2$  izraženi su preko koeficijenata  $a_1$  i  $b_1$  na osnovnom harmoniku i  $\theta_0$ , gde  $\theta_0$  označava nulu signala. Interval za  $\theta_0$  koji obezbeđuje da signal bude nenegativan takođe je određen u eksplisitnom obliku.

Rezultati ovog odeljka su primenjeni za određivanje graničnih linija impedanse na drugom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage (odeljak 3.3.3).

Za zadate koeficijente  $a_1$  i  $b_1$ , iz (5) se mogu odrediti amplituda  $\lambda_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$  i faza prvog harmonika

$$\varphi_1 = \operatorname{atan} 2(-b_1, a_1), \quad (45)$$

gde je funkcija  $\operatorname{atan} 2(y, x)$  data sa (33).

Polazeći od (23) i (24),  $\lambda_2 \cos \xi$  i  $\lambda_2 \sin \xi$  se mogu izraziti preko  $a_1$ ,  $b_1$  i  $\theta_0$ :

$$\lambda_2 \cos \xi = -1 - a_1 \cos \theta_0 - b_1 \sin \theta_0, \quad (46)$$

$$\lambda_2 \sin \xi = \frac{1}{2}(b_1 \cos \theta_0 - a_1 \sin \theta_0). \quad (47)$$

Izrazi (25) i (26) mogu se napisati u obliku:

$$a_2 = \lambda_2 \cos \xi \cos 2\theta_0 + \lambda_2 \sin \xi \sin 2\theta_0, \quad (48)$$

$$b_2 = \lambda_2 \cos \xi \sin 2\theta_0 - \lambda_2 \sin \xi \cos 2\theta_0. \quad (49)$$

Uvrštavanjem (46)-(47) u (48) i (49) dobija se

$$a_2 = -\cos 2\theta_0 - a_1 \cos^3 \theta_0 + b_1 \sin^3 \theta_0, \quad (50)$$

$$b_2 = -\sin 2\theta_0 - \frac{1}{2}a_1(1+2\cos^2\theta_0)\sin\theta_0 - \frac{1}{2}b_1(1+2\sin^2\theta_0)\cos\theta_0. \quad (51)$$

Da bi se iz (50)-(51) odredili svi parovi  $(a_2, b_2)$  nenegativnih signala sa bar jednom nulom i zadatim koeficijentima  $a_1$  i  $b_1$ , potreban je interval za  $\theta_0$ .

Kvadriranjem (23) i (24) i njihovim sabiranjem dobija se

$$\lambda_1^2 = (1 + \lambda_2 \cos \xi)^2 + (2\lambda_2 \sin \xi)^2. \quad (52)$$

Primetiti da je izraz (21) uvek zadovoljen za  $\cos \xi = -1$ , jer je  $\lambda_2 \leq 1$  (videti (19)). Lako se vidi da je za  $\cos \xi = -1$  izraz (52) minimalan iz čega sledi

$$\lambda_1 \geq 1 - \lambda_2. \quad (53)$$

Za zadato  $\lambda_2$ , prvi izvod (52) po  $\xi$  jednak je

$$2\lambda_1 \frac{\partial \lambda_1}{\partial \xi} = -2 \sin \xi (1 - 3\lambda_2 \cos \xi). \quad (54)$$

S obzirom da je  $\lambda_1 \neq 0$  i  $\lambda_1 \leq \sqrt{2}$  (videti (18)),  $\partial \lambda_1 / \partial \xi = 0$  implicira  $\sin \xi = 0$  ili  $1 - 3\lambda_2 \cos \xi = 0$ . Razlikujemo dva slučaja:  $\lambda_2 \leq 1/3$  i  $\lambda_2 > 1/3$ .

Prvo ćemo analizirati  $\lambda_2 \leq 1/3$ . Za  $\lambda_2 < 1/3$  je  $1 - 3\lambda_2 \cos \xi > 0$  i prema tome  $\partial \lambda_1 / \partial \xi = 0$  implicira  $\sin \xi = 0$ , tj.  $\cos \xi = \pm 1$ . Lako je pokazati da je za  $\cos \xi = 1$  izraz (52) maksimalan, dok je za  $\cos \xi = -1$ , kao što smo već rekli, minimalan. Za  $\lambda_2 = 1/3$ ,  $1 - 3\lambda_2 \cos \xi = 0$  implicira  $\cos \xi = 1$ , za koje je izraz (52) maksimalan. Prema tome

$$1 - \lambda_2 \leq \lambda_1 \leq 1 + \lambda_2, \quad \lambda_2 \leq 1/3. \quad (55)$$

Sada ćemo analizirati  $\lambda_2 > 1/3$ . Množenjem (52) sa tri i korišćenjem  $\sin^2 \xi = 1 - \cos^2 \xi$ , jednačina se može napisati u obliku

$$(3\lambda_2 \cos \xi - 1)^2 = 4 + 12\lambda_2^2 - 3\lambda_1^2. \quad (56)$$

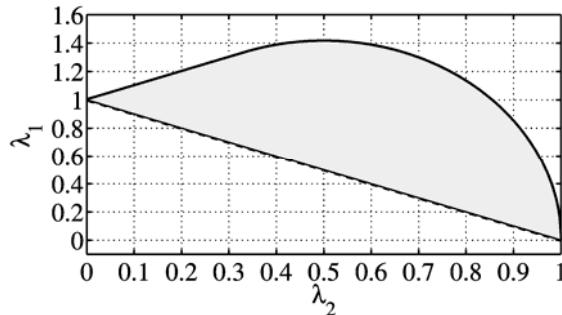
Iz  $\lambda_2 > 1/3$  i (21) sledi da je  $\cos \xi < 1$  i  $1 - 3\lambda_2 \cos \xi \geq 2(3\lambda_2 - 1)$ . Primetiti da su obe strane poslednje nejednakosti pozitivne, jer je  $3\lambda_2 - 1 > 0$ . Uvrštavanjem (56) u  $(1 - 3\lambda_2 \cos \xi)^2 \geq 4(3\lambda_2 - 1)^2$  dobija se  $\lambda_1^2 + 2(1 - 2\lambda_2)^2 \leq 2$ . Kako još mora biti i  $1 - \lambda_2 \leq \lambda_1$  (videti (53)) sledi

$$\lambda_1^2 + 2(1 - 2\lambda_2)^2 \leq 2, \quad 1 - \lambda_2 \leq \lambda_1, \quad 1/3 < \lambda_2 \leq 1. \quad (57)$$

Izrazi (55) i (57) mogu se napisati i u sledećem obliku

$$\begin{aligned} |\lambda_1 - 1| \leq \lambda_2 &\leq \frac{1}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \lambda_1^2 / 2} \right], & 0 < \lambda_1 \leq 4/3, \\ \frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \lambda_1^2 / 2} \right] &\leq \lambda_2 \leq \frac{1}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \lambda_1^2 / 2} \right], & 4/3 < \lambda_1 \leq \sqrt{2}. \end{aligned} \quad (58)$$

Na slici 3 prikazana je oblast (obojena sivom bojom) mogućih parova vrednosti amplituda  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  nenegativnih signala tipa (1) sa bar jednom nulom. Grafik je nacrtan na osnovu izraza (55) i (57), odnosno (58).



Slika 3. Tačke u sivo obojenoj oblasti predstavljaju moguće vrednosti amplituda  $\lambda_1$  i  $\lambda_2$  nenegativnih signala sa bar jednom nulom.

Označimo sa

$$\nu = (\theta_0 + \varphi_1) \bmod 2\pi. \quad (59)$$

Takođe označimo sa

$$\nu_m = \arccos \left[ \max \left( -1, -\frac{1}{\lambda_1} - \sqrt{\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{2}} \right) \right], \quad (60)$$

$$\nu_p = \arccos \left[ -\frac{1}{\lambda_1} + \sqrt{\frac{1}{\lambda_1^2} - \frac{1}{2}} \right]. \quad (61)$$

Iz (18) i  $\lambda_1 \neq 0$  dobija se  $\pi/2 < \nu_p \leq 3\pi/4 \leq \nu_m \leq \pi$ .

Primenom (27) i (59),  $T_2(\theta_0) = 0$  se može napisati u obliku

$$1 + \lambda_1 \cos \nu + \lambda_2 \cos \xi = 0. \quad (62)$$

Razmotrićemo posebno slučajeve  $0 < \lambda_1 \leq 4/3$  i  $4/3 < \lambda_1 \leq \sqrt{2}$ .

Razmotrimo prvo slučaj  $4/3 < \lambda_1 \leq \sqrt{2}$ . Na osnovu (58), u ovom slučaju  $\lambda_2$  je u intervalu

$$\frac{1}{2} \left[ 1 - \sqrt{1 - \lambda_1^2 / 2} \right] \leq \lambda_2 \leq \frac{1}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \lambda_1^2 / 2} \right]. \quad (63)$$

Krajnje tačke intervala (63) odgovaraju signalima sa dve nule, kod kojih je  $\lambda_2 \cos \xi = 1 - 2\lambda_2$  [7]. Uvrštavanjem  $\lambda_2 \cos \xi = 1 - 2\lambda_2$  u (62) dobija se  $\lambda_1 \cos \nu = 2(\lambda_2 - 1)$ . Sledi da se krajnje tačke intervala (63) dostižu za  $\cos \nu = 2(\lambda_2 - 1)/\lambda_1$ , tj. za  $\cos \nu = \cos \nu_m$  ili  $\cos \nu = \cos \nu_p$ , gde su  $\nu_m$  i  $\nu_p$  dati sa (60) i (61), respektivno (u ovom slučaju je  $\cos \nu_m > -1$ ). Kosinus je opadajuća funkcija na intervalu  $[0, \pi]$  iz čega sledi  $\nu_p \leq |\nu| \leq \nu_m$ . Označimo sa

$$\theta_1 = -\varphi_1 + \nu_p, \quad \theta_2 = -\varphi_1 + \nu_m, \quad \theta_3 = 2\pi - \varphi_1 - \nu_m, \quad \theta_4 = 2\pi - \varphi_1 - \nu_p. \quad (64)$$

Iz  $\nu_p \leq \nu_m < \pi$  sledi  $\theta_1 \leq \theta_2 < \theta_3 \leq \theta_4$ . Rešavanjem  $\nu_p \leq |\nu| \leq \nu_m$  po  $\theta_0$  (videti (59)) dobija se

$$\theta_0 \in [\theta_1, \theta_2] \cup [\theta_3, \theta_4]. \quad (65)$$

Za  $4/3 < \lambda_1 \leq \sqrt{2}$  podintervali u (65) su disjunktni. Primetiti da se za  $\lambda_1 = \sqrt{2}$  dobija  $\lambda_2 = 1/2$ ,  $\nu_m = \nu_p = 3\pi/4$ ,  $\theta_1 = \theta_2$  i  $\theta_3 = \theta_4 = \theta_1 + \pi/2$  (podintervali u (65) degenerišu u tačke).

Razmotrimo sada slučaj  $0 < \lambda_1 \leq 4/3$ . Na osnovu (58), u ovom slučaju  $\lambda_2$  je u intervalu

$$|\lambda_1 - 1| \leq \lambda_2 \leq \frac{1}{2} \left[ 1 + \sqrt{1 - \lambda_1^2 / 2} \right]. \quad (66)$$

Relacija  $|\lambda_1 - 1| = \lambda_2$  se dobija iz (62) za  $\cos \nu = -1$  i  $|\cos \xi| = 1$ . Sa druge strane, gornje ograničenje za  $\lambda_2$  je isto kao i u prethodnom slučaju, i ova tačka se dostiže za  $\cos \nu = \cos \nu_p$ , gde je  $\nu_p$  dato sa (61). Prema tome, relacija (66) je zadovoljena za  $-1 \leq \cos \nu \leq \cos \nu_p$ , odnosno za  $\nu_p \leq |\nu| \leq \pi$ . Rešavanjem ove nejednakosti po  $\theta_0$  (videti (59)) dobija se

$$\theta_0 \in [\theta_1, \theta_4], \quad (67)$$

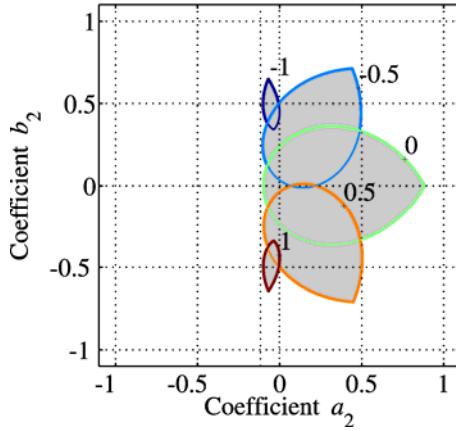
gde su  $\theta_1$  i  $\theta_4$  dati u (64). Primetiti da se za  $0 < \lambda_1 \leq 4/3$  iz (60) dobija  $\nu_m = \pi$ . Uvrštavanjem  $\nu_m = \pi$  u (64) dobija se  $\theta_2 = \theta_3$ . Sledi da se interval (67) može dobiti iz (65) uvrštavanjem  $\nu_m = \pi$ .

Na osnovu izloženog u ovom odeljku:

- za zadate koeficijente  $a_1$  i  $b_1$  takve da  $0 < \sqrt{a_1^2 + b_1^2} \leq 4/3$ , interval za  $\theta_0$  može se odrediti iz (67). Uvrštavanjem izabrane vrednosti  $\theta_0$  u (50) i (51) dobijaju se koeficijenti  $a_2$  i  $b_2$ ,
- za zadate koeficijente  $a_1$  i  $b_1$  takve da  $4/3 < \lambda_1 \leq \sqrt{2}$ , interval za  $\theta_0$  može se odrediti iz (65). Uvrštavanjem izabrane vrednosti  $\theta_0$  u (50) i (51) dobijaju se koeficijenti  $a_2$  i  $b_2$ .

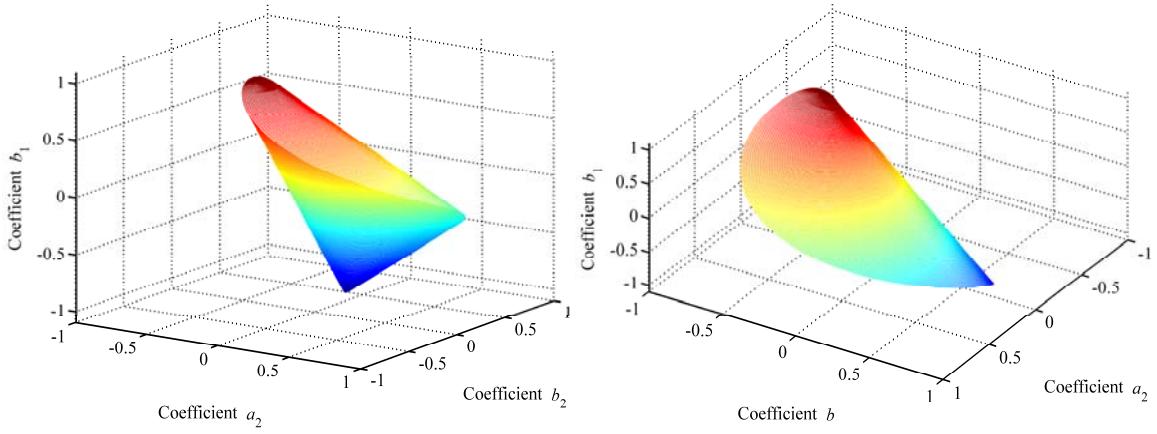
Kao primer, na slici 4 su prikazane zatvorene krive u ravni  $a_2, b_2$  i osenčene su oblasti koje odgovaraju nenegativnim signalima sa  $a_1 = -0,9$  i pet vrednosti koeficijenta  $b_1$ :  $b_1 \in \{-1, -1/2, 0, 1/2, 1\}$ . Primer je tako izabran da ilustruje oba slučaja:  $\lambda_1 \leq 4/3$  i  $\lambda_1 > 4/3$ . Amplituda  $\lambda_1 > 4/3$  kada je  $b_1 = \pm 1$ , dok je  $\lambda_1 \leq 4/3$  za  $b_1 \in \{-1/2, 0, 1/2\}$ . Takođe, iz  $T_2(0) \geq 0$  sledi  $1 + a_1 + a_2 \geq 0$ , odakle se za  $a_1 = -0,9$  dobija  $a_2 \geq -0,1$ , što se može uočiti na grafiku.

Koeficijenti  $a_2$ ,  $b_2$  i  $b_1$  nenegativnih signala za zadatu vrednost  $a_1 = -0,9$  i bar jednom nulom formiraju zatvorenu površ u koordinatnom sistemu  $(a_2, b_2, b_1)$  (prikazanu iz dva ugla na slici 5). Tačke unutar površi određuju nenegativne signale (koji nemaju nulu), tačke na površi određuju nenegativne signale koji imaju nulu, dok tačke izvan površi određuju signale koji nisu nenegativni.



Slika 4. Parametarski prostor  $(a_2, b_2)$  za  $a_1 = -0.9$  i  $b_1 \in \{-1, -1/2, 0, 1/2, 1\}$ .

Sivo obojene oblasti odgovaraju nenegativnim signalima.



Slika 5. Parametarski prostor  $(a_2, b_2, b_1)$  za  $a_1 = -0.9$ . Tačke na površi određuju nenegativne signale koji imaju nulu.

### 3.3. Granične linije impedansi

U ovom odeljku, rezultati izloženi u odeljcima 3.2.1 i 3.2.2 su primenjeni za određivanje graničnih linija impedansi pojačavača snage. Granične linije se određuju za impedansu na osnovnom harmoniku pri čemu je impedansa na drugom harmoniku poznata ili obrnuto [3]. Granične linije razdvajaju oblasti tako da tačke sa jedne strane odgovaraju nenegativnim signalima napona, dok tačke sa druge strane odgovaraju naponskim signalima koji nisu nenegativni. Ove granične linije su važne u dizajnu linearnih pojačavača snage kod kojih signali napona moraju biti nenegativni [3], [5]. Za dobijanje korisnog alata za projektovanje pojačavača snage, idealno bi bilo da je određivanje graničnih linija praktično trenutno, jer bi to omogućilo određivanje graničnih linija impedansi na svim frekvencijama od interesa nakon svakog podešavanja impedanse na prvom ili drugom harmoniku [3].

#### 3.3.1. Signali, impedanse i efikasnost pojačavača snage

Za rezistivno-reaktivnu klasu B/J pojačavača snage, naponski signal je nenegativan signal tipa (1) sa bar jednom nulom. Strujni signal je tzv. polusinusoidalni signal, veoma čest u analizi pojačavača snage, videti npr. [1]-[8], [17]-[21].

Razmotrimo električno kolo pojačavača snage prikazano na slici 6. Prepostavimo da su signal napona  $v(\theta)$  i signal struje  $i(\theta)$  na izlaznom pristupu tranzistora nenegativni signali opisani sa:

$$v(\theta) = 1 + a_{1v} \cos \theta + b_{1v} \sin \theta + a_{2v} \cos 2\theta + b_{2v} \sin 2\theta, \quad (68)$$

$$i(\theta) = 1 + a_{1i} \cos \theta + \sum_{k=2}^{\infty} a_{ki} \cos k\theta, \quad (69)$$

gde  $\theta$  označava  $\omega t$ . Oba signala su normalizovana u smislu da su vremenski konstantne komponente napona i struje jednake  $V_{dc} = 1$  i  $I_{dc} = 1$ , respektivno. Za vremenski konstantnu komponentu, kondenzator  $C_b$  (kalem  $L_{ch}$ ) predstavlja otvorenu (kratku) vezu. Pod uobičajenim pretpostavkama da se kondenzator  $C_b$  ponaša kao kratak spoj, a kalem  $L_{ch}$  kao otvorena veza na prvom i svim višim harmonicima, naponski i strujni signal na potrošaču su:

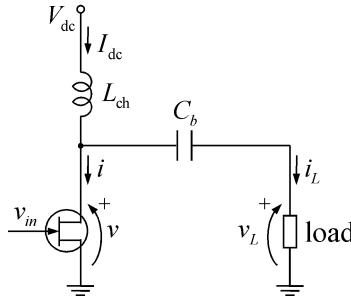
$$v_L(\theta) = a_{1v} \cos \theta + b_{1v} \sin \theta + a_{2v} \cos 2\theta + b_{2v} \sin 2\theta,$$

$$i_L(\theta) = -a_{1i} \cos \theta - \sum_{k=2}^{\infty} a_{ki} \cos k\theta.$$

U terminima koeficijenata naponskog signala (68) i strujnog signala (69) impedansa potrošača na osnovnom harmoniku je  $\underline{z}_1 = -(a_{1v} - jb_{1v})/a_{1i}$ , a na drugom harmoniku je  $\underline{z}_2 = -(a_{2v} - jb_{2v})/a_{2i}$ . Na svim višim harmonicama impedansa je jednaka nuli ( $\underline{z}_k = 0$  za  $k \neq 1$  i  $k \neq 2$ ). Realni i imaginarni delovi impedansi su označeni sa  $r_k = \text{Re}\{\underline{z}_k\}$  i  $x_k = \text{Im}\{\underline{z}_k\}$ , respektivno. Normalizovana impedansa na  $k$ -tom harmoniku definisana je sa  $\underline{z}_{kn} = \underline{z}_k / \text{Re}\{\underline{z}_1\}$ .

Za normalizovane signale (68)-(69), efikasnost pojačavača snage jednaka je srednjoj snazi na osnovnom harmoniku (videti npr. [16]),

$$\eta = -\frac{a_{1i}a_{1v}}{2}. \quad (70)$$



Slika 6. Električni kolo pojačavača snage.

Kao što je već rečeno, signal struje je tzv. polusinusoidalni signal. Normalizovan polusinusoidalni signal struje može se na osnovnoj periodi opisati kao (videti npr. [16])

$$i(\theta) = \begin{cases} \pi \cos \theta, & |\theta| \leq \pi/2, \\ 0, & \pi/2 \leq |\theta| \leq \pi. \end{cases} \quad (71)$$

S obzirom da je  $i(\theta)$  parna funkcija, njen razvoj u Furijeov red sadrži samo vremenski konstantnu komponentu ( $I_{dc} = 1$ ) i kosinusne članove na osnovnom i svim višim harmonicima. Koeficijenti uz osnovni i drugi harmonik signala (71) su

$$a_{1i} = \pi/2, \quad a_{2i} = 2/3, \quad (72)$$

respektivno. Očigledno je  $a_{1i} > 0$  i  $a_{2i} > 0$ .

Iz (72), (70) i  $\eta > 0$  sledi

$$a_{1v} < 0. \quad (73)$$

Iz  $a_{1v} \neq 0$  sledi  $-1 < a_{2v} < 1$  [16]. Dalje, iz  $a_{1v} < 0$  i  $a_{1i} > 0$  sledi da je impedansa na osnovnom harmoniku pasivna, jer je  $r_1 > 0$ . Ako je impedansa potrošača pasivna i na drugom harmoniku tada je i  $a_{2v} \leq 0$ , jer je  $a_{2i} > 0$ . Važno je napomenuti da iz  $a_{2v} \leq 0$  sledi  $|a_{1v}| \leq 1$  [7]. Dalje iz  $|a_{1v}| \leq 1$  i (70) sledi  $\eta \leq |a_{1i}|/2$ . Za  $a_{1i} = \pi/2$  dobija se  $\eta \leq \pi/4 \approx 0,7854$  ( $\eta = \pi/4 \approx 0,7854$  je efikasnost pojačavača snage u idealnoj klasi-B). Veće efikasnosti mogu se dobiti injektovanjem drugog harmonika na izlaznom pristupu tranzistora [8]-[11]. U tom slučaju impedansa na drugom harmoniku nije pasivna.

### 3.3.2. Granične linije impedanse na osnovnom harmoniku

Problem određivanja graničnih linija na osnovnom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage, kada je impedansa na drugom harmoniku zadata, prvi put je razmatran u radu [3]. U tom radu je predložen postupak za generisanje ovih linija. Postupkom predloženim u [3] generišu se i tačke koje ne pripadaju graničnim linijama i koje je naknadno potrebno eliminisati (za detalje videti odeljak 3.3.2.3).

U ovom odeljku je dato analitičko rešenje za problem određivanja graničnih linija za impedansu na osnovnom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage, kada je impedansa na drugom harmoniku zadata. Kao specijalan slučaj ovog rešenja, dobija se i rešenje u slučaju kada je impedansa na drugom harmoniku čisto reaktivna (što odgovara klasu-BJ pojačavača snage). Takođe je razvijen i softverski implementiran algoritam za određivanje graničnih linija impedansi na osnovnom harmoniku. Zahvaljujući analitičkom rešenju, razvijeni algoritam je vremenski efikasan, što omogućava da bude koristan i važan alat u dizajniranju širokopojasnih i linearnih pojačavača snage.

Signali u izlaznom kolu tranzistora rezistivno-reaktivne klase-B/J pojačavača su polusinusoidalni signal struje (71) i nenegativan signal napona tipa (68) sa bar jednom nulom. Granične linije na osnovnom harmoniku određuju se za zadatu impedansu na drugom harmoniku,  $\underline{z}_2 = r_2 + jx_2$ . S obzirom da je strujni signal poznat, koeficijenti naponskog signala na drugom harmoniku mogu se odrediti kao  $a_{2v} = -r_2 a_{2i}$  i  $b_{2v} = x_2 a_{2i}$ , gde je  $a_{2i} = 2/3$  (videti (72)). Sledi da se problem određivanja graničnih linija na osnovnom harmoniku može preformulisati kao problem određivanja svih mogućih parova  $(a_{1v}, b_{1v})$  koeficijenata na osnovnom harmoniku signala tipa (68) sa bar jednom nulom kada su koeficijenti  $a_{2v}$  i  $b_{2v}$  zadati, pri čemu je  $a_{1v} \leq 0$ . U odeljku 3.2.1 je rešen problem određivanja svih parova koeficijenata na osnovnom harmoniku signala tipa (68) sa bar jednom nulom kada su koeficijenti  $a_{2v}$  i  $b_{2v}$  zadati. Ostaje da se odvoje oni signali koji zadovoljavaju i dodatni uslov  $a_{1v} \leq 0$ .

Amplituda i početna faza drugog harmonika mogu se odrediti iz koeficijenata  $a_{2v}$  i  $b_{2v}$ :

$$\lambda_{2v} = \sqrt{a_{2v}^2 + b_{2v}^2}, \quad \varphi_{2v} = \text{atan} 2(-b_{2v}, a_{2v}). \quad (74)$$

S obzirom da za nenegativne signale važi  $\lambda_{2v} \leq 1$ , i da  $\lambda_{2v} = 1$  implicira  $a_{1v} = 0$  [16], [7], što nije od interesa za pojačavače snage, u nastavku teksta je

$$\lambda_{2v} < 1. \quad (75)$$

Na osnovu (30)-(31), koeficijenti osnovnog harmonika nenegativnih signala tipa (68) sa bar jednom nulom mogu se napisati u obliku

$$a_{1v} = -(1 + a_{2v}) \cos \theta_0 - 2(a_{2v} \cos \theta_0 + b_{2v} \sin \theta_0) \sin^2 \theta_0, \quad (76)$$

$$b_{1v} = -(1 - a_{2v}) \sin \theta_0 + 2(a_{2v} \sin \theta_0 - b_{2v} \cos \theta_0) \cos^2 \theta_0, \quad (77)$$

gde  $\theta_0$  označava nulu signala. Na osnovu (39),  $\theta_0$  pripada intervalu

$$\theta_0 \in [\theta_{1v}, \theta_{2v}] \cup [\theta_{1v} + \pi, \theta_{2v} + \pi], \quad (78)$$

gde je

$$\theta_{1v} = -\pi + \frac{1}{2}(\xi_{gv} - \varphi_{2v}), \quad \theta_{2v} = -\frac{1}{2}(\xi_{gv} + \varphi_{2v}), \quad (79)$$

$\varphi_{2v}$  dato sa (74) i

$$\xi_{gv} = \arccos[\min(1, -2 + 1/\lambda_{2v})]. \quad (80)$$

Za  $\lambda_{2v} < 1$ , iz (80) sledi  $0 \leq \xi_{gv} < \pi$ . Za zadate koeficijente  $a_{2v}$  i  $b_{2v}$ , primenom (74)-(80) mogu se odrediti svi nenegativni signali tipa (68) sa bar jednom nulom. Među njima se nalaze nenegativni signali kod kojih je  $a_{1v} \leq 0$ , kao i oni kod kojih je  $a_{1v} > 0$ .

### 3.3.2.1. Određivanje podintervala na kojem je $a_{1v} \leq 0$

U nastavku ćemo odrediti podinterval intervala (78) takav da se za sve  $\theta_0$  iz podintervala dobijaju nenegativni signali kod kojih je  $a_{1v} \leq 0$ .

Razlikujemo dva slučaja: a)  $b_{2v} \neq 0$  i b)  $b_{2v} = 0$ .

a) Slučaj  $b_{2v} \neq 0$ . Iz (76),  $a_{1v} = 0$  i  $a_{2v} \neq -1$  sledi  $\sin \theta_0 \neq 0$  i

$$a_{1v} = -[(1 + a_{2v}) \cot^3 \theta_0 + (1 + 3a_{2v}) \cot \theta_0 + 2b_{2v}] \sin^3 \theta_0, \quad (81)$$

gde je  $\cot \theta_0 = 1/\tan \theta_0$ . Na osnovu (81),  $a_{1v} \leq 0$  ako je

$$[(1 + a_{2v}) \cot^3 \theta_0 + (1 + 3a_{2v}) \cot \theta_0 + 2b_{2v}] \sin^3 \theta_0 \geq 0. \quad (82)$$

S obzirom da je  $1 + a_{2v} > 0$ , nejednačina (82) može se napisati u obliku

$$[\cot^3 \theta_0 + 3p \cot \theta_0 + 2q] \sin^3 \theta_0 \geq 0, \quad (83)$$

gde su

$$p = \frac{1 + 3a_{2v}}{3(1 + a_{2v})}, \quad q = \frac{b_{2v}}{1 + a_{2v}}. \quad (84)$$

Na osnovu (83), (81), (76) i  $a_{2v} \neq -1$ , sledi da je  $a_{1v} = 0$  za  $\theta_r$  koje zadovoljava

$$\cot^3 \theta_r + 3p \cot \theta_r + 2q = 0. \quad (85)$$

Jednačina (85) je jednačina trećeg stepena po  $\cot \theta_r$ . Njena diskriminanta jednaka je

$$D = p^3 + q^2. \quad (86)$$

Iz  $1 + a_{2v} > 0$  i (84) sledi  $\text{sgn } p = \text{sgn}(1 + 3a_{2v})$  i  $\text{sgn } q = \text{sgn } b_{2v}$ . Iz  $b_{2v} \neq 0$  sledi  $q \neq 0$ .

Iz  $a_{1v}(\theta_{1v}) \cdot a_{1v}(\theta_{2v}) \leq 0$  (videti (40)) sledi da jednačina (85) ima bar jedno rešenje  $\cot \theta_r$  takvo da  $\theta_r \in [\theta_{1v}, \theta_{2v}]$ . U nastavku ćemo pokazati da ova jednačina ima tačno jedno rešenje na intervalu  $[\theta_{1v}, \theta_{2v}]$  i odredićemo to rešenje. Iz  $\cot(\theta_r + \pi) = \cot \theta_r$  sledi  $\theta_r + \pi \in [\theta_{1v} + \pi, \theta_{2v} + \pi]$ .

Kada je  $D > 0$ , jednačina (85) ima samo jedno realno rešenje. To rešenje može da se odredi kao (videti npr. [14])

$$\cot \theta_r = -\left| \sqrt[3]{q - \sqrt{D}} \right| \operatorname{sgn}(q - \sqrt{D}) - \left| \sqrt[3]{q + \sqrt{D}} \right| \operatorname{sgn}(q + \sqrt{D}), \quad D > 0. \quad (87)$$

Kada je  $D \leq 0$  jednačina (85) ima tri realna rešenja. Jednačina (85) takođe se može napisati kao

$$\cot \theta_r (\cot^2 \theta_r + 3p) = -2q. \quad (88)$$

Prvo ćemo pokazati da je  $\cot^2 \theta_r + 3p > 0$  za  $q \neq 0$ . Iz (28) za  $\theta_0 = \theta_r$  i  $\lambda_{2v} \cos \xi \leq 1 - 2\lambda_{2v}$  (videti (21)) dobija se  $a_{2v} \cos 2\theta_r + b_{2v} \sin 2\theta_r \leq 1 - 2\lambda_{2v}$ . Primenom identiteta  $\cos 2\theta_r = 2\cos^2 \theta_r - 1$  i  $\sin 2\theta_r = 2\sin \theta_r \cos \theta_r$  izraz postaje

$$2\cos \theta_r (a_{2v} \cos \theta_r + b_{2v} \sin \theta_r) \leq 1 - 2\lambda_{2v} + a_{2v}. \quad (89)$$

Uvrštavanjem  $a_{1v} = 0$  i  $\theta_0 = \theta_r$  u (30) dobija se

$$2(a_{2v} \cos \theta_r + b_{2v} \sin \theta_r) = -\frac{(1 + a_{2v}) \cos \theta_r}{\sin^2 \theta_r}. \quad (90)$$

Uvrštavanje (90) u (89) vodi ka  $-(1 + a_{2v}) \cos^2 \theta_r \leq (1 - 2\lambda_{2v} + a_{2v}) \sin^2 \theta_r$ , odnosno  $1 + a_{2v} \geq 2\lambda_{2v} \sin^2 \theta_r$ . Primenom identiteta  $\sin^2 \theta_r = 1/(1 + \cot^2 \theta_r)$  dobija se  $\cot^2 \theta_r \geq -1 + 2\lambda_{2v}/(1 + a_{2v})$ , odnosno

$$\cot^2 \theta_r + 3p \geq \frac{2(\lambda_{2v} + a_{2v})}{1 + a_{2v}}, \quad (91)$$

gde je  $p$  dato sa (84). Iz (91) sledi

$$\cot^2 \theta_r + 3p > 0, \quad (92)$$

jer je  $\lambda_{2v} > |a_{2v}|$  za  $b_{2v} \neq 0$ .

Diskutovaćemo sledeće podslučajeve i)  $q > 0$ , ii)  $q < 0$ .

i) Podslučaj  $q > 0$  ( $b_{2v} > 0$ ). Iz (92) i (88) sledi  $\cot \theta_r < 0$ . Na osnovu Dekartovog pravila znakova, jednačina (85) ima samo jedno negativno rešenje i to je rešenje koje tražimo.

ii) Podslučaj  $q < 0$  ( $b_{2v} < 0$ ). Iz (92) i (88) sledi  $\cot \theta_r > 0$ . Na osnovu Dekartovog pravila znakova, jednačina (85) ima samo jedno pozitivno rešenje i to je rešenje koje tražimo.

Kada je  $D = 0$  rešenja jednačine (85) su  $-2\sqrt[3]{q} \operatorname{sgn} q$  i dvostruko rešenje  $\sqrt[3]{q} \operatorname{sgn} q$  (videti npr. [14]). Na osnovu prethodne analize, za  $q \neq 0$  rešenje jednačine koje tražimo (ono koje je odgovarajućeg znaka) je  $-2\sqrt[3]{q} \operatorname{sgn} q$ . Ovo rešenje se takođe može dobiti uvrštavanjem  $D = 0$  u (87). Sledi da se u slučaju kada je  $D \geq 0$  rešenje jednačine (85) takvo da  $\theta_r \in [\theta_{1v}, \theta_{2v}]$  može odrediti kao

$$\cot \theta_r = -\left| \sqrt[3]{q - \sqrt{D}} \right| \operatorname{sgn}(q - \sqrt{D}) - \left| \sqrt[3]{q + \sqrt{D}} \right| \operatorname{sgn}(q + \sqrt{D}), \quad D \geq 0, \quad q \neq 0. \quad (93)$$

Kada je  $D < 0$  jednačina (85) ima tri relna rešenja koja su oblika  $2\sqrt{-p} \cos(\phi/3 + \nu)$  (videti npr. [14]), gde  $\nu \in \{0, 2\pi/3, -2\pi/3\}$  i

$$\phi = \arccos\left(-q/\sqrt{-p^3}\right). \quad (94)$$

Rešenje jednačine (85) koje tražimo (ono koje je odgovarajućeg znaka) je

$$\cot \theta_r = \begin{cases} 2\sqrt{-p} \cos(\phi/3 + 2\pi/3), & q > 0, D < 0, \\ 2\sqrt{-p} \cos(\phi/3), & q < 0, D < 0. \end{cases} \quad (95)$$

Potrebno je još odrediti  $\theta_r$  iz  $\cot \theta_r$  tako da  $\theta_r \in [\theta_{1v}, \theta_{2v}]$ . S obzirom na znak  $q$  (tj.  $b_{2v}$ ) dobija se

$$\theta_r = \begin{cases} \operatorname{acot}(\cot \theta_r), & q > 0, \\ \operatorname{acot}(\cot \theta_r) - \pi, & q < 0, \end{cases} \quad (96)$$

gde  $\operatorname{acot}$  označava inverznu operaciju od  $\cot \theta_r$ , čiji je kodomen  $(-\pi/2, \pi/2]$ . Kad se  $\theta_r$  odredi na način opisan u (96) onda je  $-\pi < \theta_r \leq 0$  i  $0 < \theta_r + \pi \leq \pi$ .

Kao što je ranije rečeno, jednačina (85) ima rešenje  $\theta_r$  na podintervalu  $[\theta_{1v}, \theta_{2v}]$  i  $\theta_r + \pi$  na podintervalu  $[\theta_{1v} + \pi, \theta_{2v} + \pi]$  (videti (78)). Na intervalu (78) važi  $\cot^3 \theta_0 + 3p \cot \theta_0 + q > 0$  za  $\cot \theta_0 > \cot \theta_r$  i obrnuto,  $\cot^3 \theta_0 + 3p \cot \theta_0 + 2q < 0$  za  $\cot \theta_0 < \cot \theta_r$ . Prema tome, nejednačina (82) na intervalu (78) je zadovoljena ako je

- 1)  $\sin \theta_0 \leq 0$  i  $\cot \theta_0 \leq \cot \theta_r$ , tj. za  $\theta_0 \in [\theta_r, 0]$  (jer je  $-\pi < \theta_r \leq 0$ ),
- 2)  $\sin \theta_0 \geq 0$  i  $\cot \theta_0 \geq \cot \theta_r$ , tj. za  $\theta_0 \in [0, \theta_r + \pi]$ .

Slučajevi 1) i 2) mogu se objediniti u  $\theta_0 \in [\theta_r, \theta_r + \pi]$ . Sledi da je traženi podinterval na kojem je  $a_{1v} \leq 0$  jednak preseku intervala (78) i intervala  $\theta_0 \in [\theta_r, \theta_r + \pi]$ ,

$$\theta_0 \in [\theta_r, \theta_{2v}] \cup [\theta_{1v} + \pi, \theta_r + \pi], \quad b_{2v} \neq 0. \quad (97)$$

b) Za  $b_{2v} = 0$ , iz (76) i  $a_{1v} \leq 0$  sledi

$$[1 + a_{2v} + 2a_{2v} \sin^2 \theta_0] \cos \theta_0 \geq 0. \quad (98)$$

Razmotrimo prvo  $a_{2v} \geq -1/3$ . Iz  $a_{2v} \geq -1/3$  sledi  $1 + a_{2v} + 2a_{2v} \sin^2 \theta_0 \geq 0$  i nejednakost (98) je zadovoljena kada je  $\cos \theta_0 \geq 0$ . Prema tome, traženi podinterval pripada preseku intervala (78) i  $\theta_0 \in [-\pi/2, \pi/2]$ . Lako se vidi da je podinterval na kojem je  $a_{1v} \leq 0$  jednak

$$\theta_0 \in [-\pi/2, \theta_{2v}] \cup [\theta_{1v} + \pi, \pi/2], \quad b_{2v} = 0, \quad a_{2v} \geq -1/3. \quad (99)$$

Razmotrimo sada  $a_{2v} < -1/3$ . Iz  $a_{2v} < -1/3$  i  $b_{2v} = 0$  sledi  $\varphi_{2v} = \pi$ ,  $\lambda_{2v} > 1/3$  i  $\lambda_{2v} = -a_{2v}$ . Iz  $\varphi_{2v} = \pi$  i (79) se dobija

$$\theta_{1v} = -3\pi/2 + \xi_{gv}/2, \quad \theta_{2v} = -\pi/2 - \xi_{gv}/2. \quad (100)$$

Sa druge strane, polazeći od (80),  $\lambda_{2v} > 1/3$ ,  $\lambda_{2v} = -a_{2v}$  i  $0 \leq \xi_{gv} < \pi$  dobija se

$$\cos(\xi_{gv}/2) = \sqrt{\frac{1 + a_{2v}}{-2a_{2v}}}. \quad (101)$$

Iz (100) i (101) sledi  $\sin \theta_{1v} = -\cos(\xi_{gv}/2)$ ,  $\sin \theta_{2v} = \cos(\xi_{gv}/2)$  i  $1 + a_{2v} + 2a_{2v} \sin^2 \theta_0 = 0$  za  $\sin \theta_0 = \sin \theta_{1v}$  i  $\sin \theta_0 = \sin \theta_{2v}$ . Iz  $a_{2v} < 0$  dobija se  $1 + a_{2v} + 2a_{2v} \sin^2 \theta_0 \geq 0$  za  $\sin \theta_{1v} \leq \sin \theta_0 \leq \sin \theta_{2v}$ . Osim toga, iz  $0 \leq \xi_{gv} < \pi$  i (100) sledi  $\cos \theta_0 \neq 0$  na intervalu (78). Vodeći računa o znaku  $\cos \theta_0$ , za traženi podinterval se dobija  $\theta_0 \in \{\theta_{1v}, \theta_{2v}\} \cup [\theta_{1v} + \pi, \theta_{2v} + \pi]$ . Tačka  $\theta_{1v}$  odgovara signalu sa  $a_{1v} = 0$  i dve nule u  $\theta_{1v}$  i  $\theta_{2v} + \pi$ . Slično, tačka  $\theta_{2v}$  odgovara signalu sa  $a_{1v} = 0$  i dve nule u  $\theta_{2v}$  i  $\theta_{1v} + \pi$  (videti odeljak 3.2.1). Da bi se odredili svi nenegativni signali sa  $a_{1v} \leq 0$  dovoljno je posmatrati interval

$$\theta_0 \in [\theta_{1v} + \pi, \theta_{2v} + \pi], \quad b_{2v} = 0, \quad a_{2v} < -1/3. \quad (102)$$

Slučajevi  $b_{2v} \neq 0$  ( $q \neq 0$ ) i  $b_{2v} = 0$  ( $q = 0$ ) mogu se objediniti. Postupak određivanja traženog podintervala na kojem je  $a_{1v} \leq 0$  može se formulisati na sledeći način. Prvo se odredi  $\cot \theta_r$  iz

$$\cot \theta_r = \begin{cases} -\left| \sqrt[3]{q - \sqrt{D}} \right| \operatorname{sgn}(q - \sqrt{D}) - \left| \sqrt[3]{q + \sqrt{D}} \right| \operatorname{sgn}(q + \sqrt{D}), & D \geq 0, \\ 2\sqrt{-p} \cos(\phi/3 + 2\pi/3), & q > 0, D < 0, \\ 2\sqrt{-p} \cos(\phi/3), & q \leq 0, D < 0, \end{cases} \quad (103)$$

gde su  $q$  i  $p$  dati sa (84),  $D$  sa (86) i  $\phi$  sa (94). Zatim se odredi

$$\theta_r = \begin{cases} \operatorname{acot}(\cot \theta_r), & q > 0, \\ \operatorname{acot}(\cot \theta_r) - \pi, & q \leq 0, \end{cases} \quad (104)$$

Traženi interval na kojem je  $a_{1v} \leq 0$  jednak je

$$\theta_0 \in [\theta_r, \theta_{2v}] \cup [\theta_{1v} + \pi, \theta_r + \pi]. \quad (105)$$

Lako se proverom pokazuje da su rešenja koja se dobijaju za  $b_{2v} = 0$  ( $q = 0$ ), ista kao rešenja data sa (99) kada je  $a_{2v} \geq -1/3$  ( $p \geq 0$ ,  $D \geq 0$ ) ili sa (102) kada je  $a_{2v} < -1/3$  ( $p < 0$ ,  $D < 0$ ).

### 3.3.2.2. Algoritam za crtanje graničnih linija na osnovnom harmoniku

S obzirom da za nenegativne signale sa  $a_{1v} \neq 0$  važi  $\lambda_{2v} < 1$ , dozvoljene vrednosti impedanse na drugom harmoniku određuju se iz uslova  $|\underline{Z}_2| |a_{2i}| < 1$ . Za polusinusoidalni signal struje (71) je  $a_{2i} = 2/3$  i prema tome  $|\underline{Z}_2| < 3/2$ .

U Algoritmu 1 je prikazana procedura za računanje granične linije za impedansu na osnovnom harmoniku za zadatu vrednost impedanse  $\underline{Z}_2 = r_2 + jx_2$  na drugom harmoniku za pojačavače snage u rezistivno-reaktivnoj klasi-B/J. Algoritam je baziran na rezultatima prikazanim u ovom odeljku.

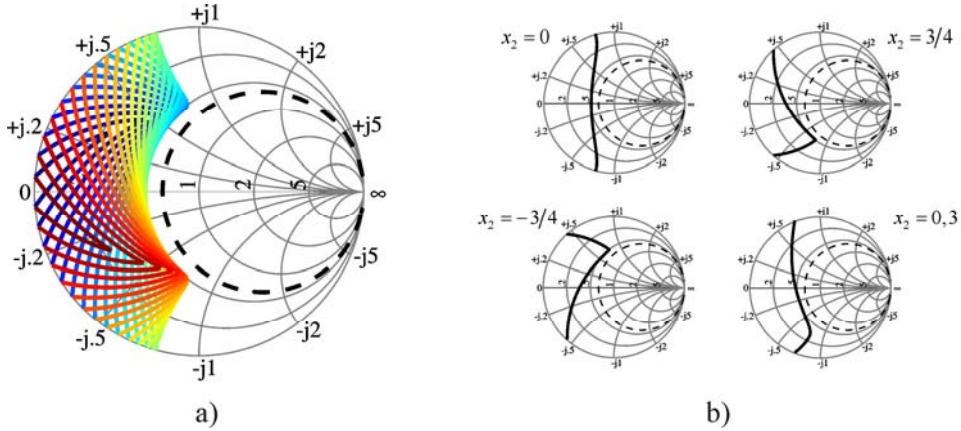
#### Algoritam 1:

// ulazne veličine:  $a_{1i} = \pi/2$ ,  $a_{2i} = 2/3$ ;

1) izabereti  $r_2$  i  $x_2$  tako da  $r_2 \geq 0$  i  $\sqrt{r_2^2 + x_2^2} < 3/2$ ; // impedansa je pasivna

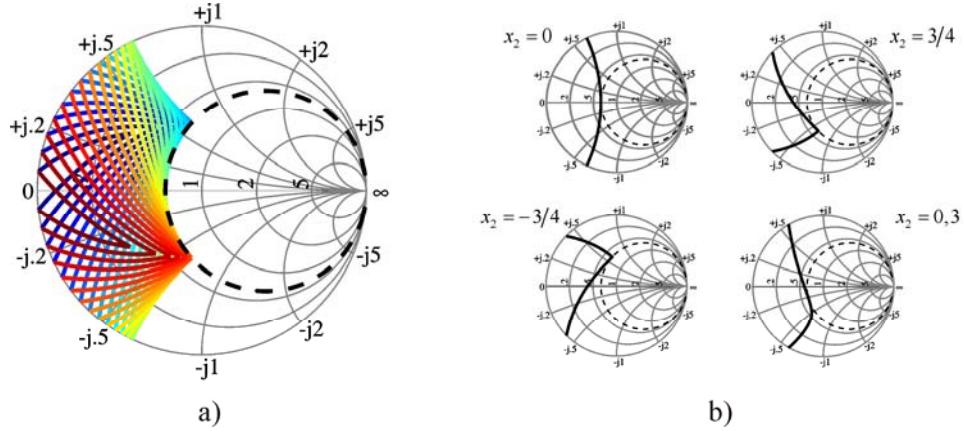
- 2) izračunaj  $a_{2v} = -r_2 a_{2i}$ ,  $b_{2v} = x_2 a_{2i}$ ,  $\lambda_{2v} = \sqrt{a_{2v}^2 + b_{2v}^2}$ ,  $\varphi_{2v} = \text{atan } 2(-b_{2v}, a_{2v})$ ;
- 3) izračunaj  $\xi_{gv} = \arccos[\min(1, -2 + 1/\lambda_{2v})]$ ,  $\theta_{1v} = -\pi + (\xi_{gv} - \varphi_{2v})/2$ ,  $\theta_{2v} = -(\xi_{gv} + \varphi_{2v})/2$ ;
- 4) izračunaj  $p = \frac{1+3a_{2v}}{3(1+a_{2v})}$ ,  $q = \frac{b_{2v}}{1+a_{2v}}$ ,  $D = p^3 + q^2$ ;
- 5) ako je  $D \geq 0$  izračunaj  $y = -\left|\sqrt[3]{q - \sqrt{D}}\right| \text{sgn}(q - \sqrt{D}) - \left|\sqrt[3]{q + \sqrt{D}}\right| \text{sgn}(q + \sqrt{D})$ ;  
 ako je  $D < 0$  i  $q > 0$  izračunaj  $\phi = \arccos[-q/(-p)^{3/2}]$  i  $y = 2\sqrt{-p} \cos(\phi/3 + 2\pi/3)$ ;  
 ako je  $D < 0$  i  $q \leq 0$  izračunaj  $\phi = \arccos[-q/(-p)^{3/2}]$  i  $y = 2\sqrt{-p} \cos(\phi/3)$ ;
- 6) ako je  $q > 0$  izračunaj  $\theta_r = \text{acot}(y)$ ,  
 ako je  $q \leq 0$  izračunaj  $\theta_r = \text{acot}(y) - \pi$ ;
- 7) izaberi prirodni broj  $k_{\max}$ ;
- 8) izaberi  $\theta_0(k) \in [\theta_r, \theta_{2v}] \cup [\theta_{1v} + \pi, \theta_r + \pi]$ ,  $k = 1, \dots, k_{\max}$ ;
- 9) za  $k = 1, \dots, k_{\max}$  izračunaj
- $$a_{1v}(k) = -(1 + a_{2v}) \cos \theta_0(k) - 2[a_{2v} \cos \theta_0(k) + b_{2v} \sin \theta_0(k)] \sin^2 \theta_0(k),$$
- $$b_{1v}(k) = -(1 - a_{2v}) \sin \theta_0(k) + 2[a_{2v} \sin \theta_0(k) - b_{2v} \cos \theta_0(k)] \cos^2 \theta_0(k);$$
- 10) za  $k = 1, \dots, k_{\max}$  izračunaj  $\underline{z}_l(k) = -[a_{1v}(k) - jb_{1v}(k)]/a_{1i}$ .

Na slici 7.a su prikazane granične linije impedanse na osnovnom harmoniku za  $r_2 = 0,3$  i  $-1,4 \leq x_2 \leq 1,4$  sa korakom 0,1 za pojačavač snage sa normalizovanim polusinusoidalnim signalom struje (71) i nenegativnim signalom napona tipa (68) sa bar jednom nulom, što odgovara rezistivno-reaktivnoj klasi-B/J pojačavača snage. Na slici 7.b su prikazane granične linije (označene punom zadebljanom linijom) za  $x_2 = 0$ ,  $x_2 = 3/4$ ,  $x_2 = -3/4$  i  $x_2 = 0,3$ . Isprekidana linija na svakom od grafika odgovara maksimalnoj efikasnosti od 78,54% (linija na kojoj je  $a_{1i} = -1$ ). Tačke levo od granične linije odgovaraju vrednostima impedansi na osnovnom harmoniku za koje se dobijaju nenegativni signali napona. Za tačke na samoj liniji se dobijaju signali napona koji imaju nulu. Kao što je ranije rečeno, za normalizovane signale efikasnost je jednaka srednjoj snazi, i može se odrediti kao  $\eta = \text{Re}\{\underline{z}_l\} a_{1i}^2 / 2$ , gde je  $a_{1i} = \pi/2$  (videti (72)).



Slika 7. Granične linije za impedansu na osnovnom harmoniku za  $r_2 = 0,3$  i a)  $-1,4 \leq x_2 \leq 1,4$  i b)  $x_2 \in \{0; \pm 3/4; 0,3\}$ .

Radi poređenja, na slici 8 su prikazane granične linije impedanse na osnovnom harmoniku za  $r_2 = 0$  i  $-1,4 \leq x_2 \leq 1,4$  što odgovara klasi-BJ pojačavača snage [7].



Slika 8. Granične linije za impedansu na osnovnom harmoniku za  $r_2 = 0$  i a)  $-1,4 \leq x_2 \leq 1,4$  i b)  $x_2 \in \{0; \pm 3/4; 0,3\}$ .

### 3.3.2.3. Postupak za određivanje graničnih linija na osnovnom harmoniku predložen u radu [3]

U radu [3] sugerisan je sledeći oblik nenegativnog naponskog signala sa bar jednom nulom

$$v(\theta) = [1 - \cos(\theta + \delta)][1 + \beta \sin(\theta + \gamma)], \quad |\beta| \leq 1. \quad (106)$$

Signal (106) nije normalizovan i njegova vremenski konstantna komponenta je  $1 - (\beta/2)\sin(\gamma - \delta)$ . Normalizovan oblik signala (106) glasi

$$v_{\text{norm}}(\theta) = \frac{[1 - \cos(\theta + \delta)][1 + \beta \sin(\theta + \gamma)]}{1 - (\beta/2)\sin(\gamma - \delta)}. \quad (107)$$

Veza između parametara signala (107) i (20) može se napisati u sledećem obliku

$$\delta = -\theta_0, \quad \gamma = \xi - \theta_0 - \frac{\pi}{2}, \quad \beta = \frac{2\lambda_2}{1 - \lambda_2 \cos \xi}. \quad (108)$$

Polazeći od (107), u [3] je predložen postupak za određivanje graničnih linija na osnovnom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage, za zadate koeficijente  $a_{2v}$  i  $b_{2v}$  na drugom harmoniku. Predložen postupak, sa svim potrebnim uslovima (koji nisu eksplicitno iskazani u [3]) izložen je u pet koraka.

// Ulazni podaci:  $a_{2v}$  i  $b_{2v}$ , tako da  $a_{2v}^2 + b_{2v}^2 < 1$  (i  $a_{2v} \leq 0$  ako je impedansa pasivna).

i) za sve  $\delta \in [0, 2\pi)$  izračunati

$$\tan \gamma = \frac{a_{2v} \cos \delta - b_{2v} \sin \delta}{a_{2v} \sin \delta + b_{2v} \cos \delta};$$

ii) ako je  $a_{2v} \neq 0$  izračunati

$$\beta = \frac{-2a_{2v}}{\sin(\delta + \gamma) + a_{2v} \sin(\delta - \gamma)},$$

u suprotnom

$$\beta = \frac{-2b_{2v}}{\cos(\delta + \gamma) + b_{2v} \sin(\delta - \gamma)};$$

iii) za one  $\delta$  za koje je  $|\beta| \leq 1$  izračunati

$$a_{1v} = \frac{\beta \sin \gamma - \cos \delta}{1 - (\beta/2)\sin(\gamma - \delta)}, \quad b_{1v} = \frac{\beta \cos \gamma + \sin \delta}{1 - (\beta/2)\sin(\gamma - \delta)};$$

iv) izabrati samo one parove  $(a_{1v}, b_{1v})$  kod kojih je  $a_{1v} \geq 0$ ;

v) izračunati  $z_l = -(a_{1v} - jb_{1v})/a_{1i}$ .

U radu [3] i naponski i strujni signal su pomereni za  $\pi$  u odnosu na signale u ovom tehničkom rešenju, tako da je  $a_{1i} = -\pi/2$ , dok je  $a_{1v} \geq 0$ . To objašnjava uslov  $a_{1v} \geq 0$  koji se pojavljuje u četvrtom koraku.

Lako se vidi da postupak nije do kraja rešen analitički, jer nije određen interval za  $\delta$  koji obezbeđuje da signal bude nenegativan ( $|\beta| \leq 1$ ) i da koeficijent  $a_{1v}$  bude nenegativan ( $a_{1v} \geq 0$ ). Zbog toga je potrebno dodati ta dva uslova i eliminisati tačke koje ne pripadaju graničnim linijama. Samim tim, opisan postupak ne omogućava kontrolu broja tačaka za crtanje granične linije. Osim toga, potrebno je

dodati uslov  $a_{2v}^2 + b_{2v}^2 < 1$  koji ograničava izbor ulaznih podataka. Takođe je potrebno dodati i uslov  $a_{2v} \leq 0$  ako je impedansa pasivna. Za  $a_{2v} = 0$  u prvom koraku dobija se  $\tan \gamma = -\tan \delta$  odakle sledi  $\sin(\gamma + \delta) = 0$  i prvi izraz za  $\beta$  u drugom koraku postaje tipa "0/0". Problem pri određivanju  $\beta$  može se prevazići na način dat u drugom koraku postupka.

### 3.3.2.4. Validacija rezultata

Deskriptivni postupak za određivanje graničnih linija impedanse na prvom harmoniku predložen u [3] je dopunjeno nedostajućim uslovima opisanim u 3.3.2.3, algoritamski implementiran i iskorišćen za validaciju Algoritma 1. Granične linije impedanse na osnovnom harmoniku određene u ovom tehničkom rešenju su potpuno u saglasnosti sa linijama koje se dobijaju rekonstrukcijom i dopunom postupka predloženog u [3].

## 3.3.3. Granične linije impedanse na drugom harmoniku

Problem određivanja graničnih linija impedanse na drugom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage, kada je impedansa na osnovnom harmoniku zadata, prvi put je razmatran u radu [3]. U tom radu je predložen postupak za generisanje ovih linija. Postupkom predloženim u [3] generišu se i tačke koje ne pripadaju graničnim linijama i koje je naknadno potrebno eliminisati (za detalje videti odeljak 3.3.3.2).

U ovom odeljku je dato analitičko rešenje za problem određivanja graničnih linija impedanse na drugom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage, kada je impedansa na osnovnom harmoniku zadata. Takođe je razvijen i softverski implementiran algoritam za određivanje i crtanje graničnih linija impedansi na drugom harmoniku. Zahvaljujući analitičkom rešenju, razvijeni algoritam je vremenski efikasan.

Podsetimo se da su signali u izlaznom kolu tranzistora rezistivno-reaktivne klase-B/J pojačavača snage polusinusoidalni signal struje (71) i nenegativan signal napona tipa (68) sa bar jednom nulom. Granične linije na drugom harmoniku određuju se za zadatu impedansu na osnovnom harmoniku,  $\underline{z}_1 = r_1 + jx_1$ . S obzirom da je strujni signal poznat, koeficijenti naponskog signala na osnovnom harmoniku mogu se odrediti kao  $a_{1v} = -r_1 a_{1i}$  i  $b_{1v} = x_1 a_{1i}$ , gde je  $a_{1i} = \pi/2$  (videti (72)). Sledi da se problem određivanja graničnih linija na drugom harmoniku može preformulisati kao problem određivanja svih mogućih parova  $(a_{2v}, b_{2v})$  koeficijenata na drugom harmoniku signala tipa (68) sa bar jednom nulom kada su koeficijenti  $a_{1v}$  i  $b_{1v}$  zadati. Taj problem je rešen u odeljku 3.2.2.

Amplituda i početna faza osnovnog harmonika mogu se odrediti iz koeficijenata  $a_{1v}$  i  $b_{1v}$ :

$$\lambda_{1v} = \sqrt{a_{1v}^2 + b_{1v}^2}, \quad \varphi_{1v} = \text{atan} 2(-b_{1v}, a_{1v}). \quad (109)$$

Podsetimo se da za nenegativne signale važi (videti (18))

$$\lambda_{1v} \leq \sqrt{2}. \quad (110)$$

Na osnovu (50)-(51), koeficijenti drugog harmonika nenegativnih signala tipa (68) sa bar jednom nulom mogu se napisati u obliku

$$a_{2v} = -\cos 2\theta_0 - a_{1v} \cos^3 \theta_0 + b_{1v} \sin^3 \theta_0, \quad (111)$$

$$b_{2v} = -\sin 2\theta_0 - \frac{1}{2} a_{1v} (1 + 2 \cos^2 \theta_0) \sin \theta_0 - \frac{1}{2} b_{1v} (1 + 2 \sin^2 \theta_0) \cos \theta_0, \quad (112)$$

gde  $\theta_0$  označava nulu signala. Na osnovu (65),  $\theta_0$  pripada intervalu

$$\theta_0 \in [\theta_{1v}, \theta_{2v}] \cup [\theta_{3v}, \theta_{4v}], \quad (113)$$

gde je

$$\theta_{1v} = -\varphi_{1v} + \nu_{pv}, \quad \theta_2 = -\varphi_{1v} + \nu_{mv}, \quad \theta_3 = 2\pi - \varphi_{1v} - \nu_{mv}, \quad \theta_{4v} = 2\pi - \varphi_{1v} - \nu_{pv}, \quad (114)$$

$\varphi_{1v}$  dato sa (109) i

$$\nu_{mv} = \arccos \left[ \max(-1, -1/\lambda_{1v} - \sqrt{1/\lambda_{1v}^2 - 1/2}) \right], \quad \nu_{pv} = \arccos \left[ -1/\lambda_{1v} + \sqrt{1/\lambda_{1v}^2 - 1/2} \right]. \quad (115)$$

Za zadate koeficijente  $a_{1v}$  i  $b_{1v}$ , primenom (109)-(115) mogu se odrediti svi nenegativni signali tipa (68) sa bar jednom nulom.

### 3.3.3.1. Algoritam za crtanje graničnih linija na drugom harmoniku

Dozvoljene vrednosti impedanse na osnovnom harmoniku određuju se iz uslova da je  $\lambda_{1v} \leq \sqrt{2}$ , odnosno  $|\underline{z}_1| a_{1i} \leq \sqrt{2}$ . Za polusinusoidalni signal struje (71) je  $a_{1i} = \pi/2$  i  $|\underline{z}_1| \leq 2\sqrt{2}/\pi \approx 0.9$ .

U Algoritmu 2 je prikazana procedura za računanje granične linije za impedansu na drugom

harmoniku za zadatu vrednost impedanse  $\underline{z}_l = r_l + jx_l$  na prvom harmoniku za pojačavače snage u rezistivno-reaktivnoj klasi-B/J. Algoritam je baziran na rezultatima prikazanim u ovom odeljku.

### Algoritam 2:

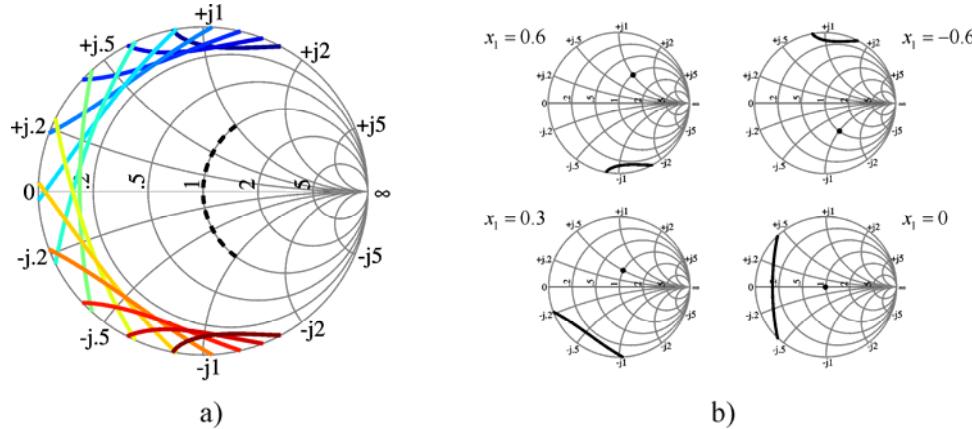
- ```
// ulazne veličine:  $a_{1i} = \pi/2$ ,  $a_{2i} = 2/3$ ;
1) izabereti  $r_l$  i  $x_l$  tako da  $r_l > 0$  i  $\sqrt{r_l^2 + x_l^2} \leq 2\sqrt{2}/\pi$ ; // impedansa na osnovnom harmoniku je pasivna
2) izračunaj  $a_{1v} = -r_l a_{1i}$ ,  $b_{1v} = x_l a_{1i}$ ,  $\lambda_{1v} = \sqrt{a_{1v}^2 + b_{1v}^2}$ ,  $\varphi_{1v} = \text{atan } 2(-b_{1v}, a_{1v})$ ;
3) izračunaj  $\nu_{mv} = \arccos \left[ \max(-1, -1/\lambda_{1v} - \sqrt{1/\lambda_{1v}^2 - 1/2}) \right]$ ,  $\nu_{pv} = \arccos \left[ -1/\lambda_{1v} + \sqrt{1/\lambda_{1v}^2 - 1/2} \right]$ ;
4) izračunaj  $\theta_{1v} = -\varphi_{1v} + \nu_{pv}$ ,  $\theta_{2v} = -\varphi_{1v} + \nu_{mv}$ ,  $\theta_{3v} = 2\pi - \varphi_{1v} - \nu_{mv}$ ,  $\theta_{4v} = 2\pi - \varphi_{1v} - \nu_{pv}$ ;
5) izabereti prirodni broj  $k_{\max}$ ;
6) izabereti  $\theta_0(k) \in [\theta_{1v}, \theta_{2v}] \cup [\theta_{3v}, \theta_{4v}]$ ,  $k = 1, \dots, k_{\max}$ ;
7) za  $k = 1, \dots, k_{\max}$  izračunaj

$$a_{2v}(k) = -\cos 2\theta_0(k) - a_{1v} \cos^3 \theta_0(k) + b_{1v} \sin^3 \theta_0(k),$$


$$b_{2v}(k) = -\sin 2\theta_0(k) - (a_{1v}/2) [1 + 2\cos^2 \theta_0(k)] \sin \theta_0(k) - (b_{1v}/2) [1 + 2\sin^2 \theta_0(k)] \cos \theta_0(k);$$

8) za  $k = 1, \dots, k_{\max}$  izračunaj  $\underline{z}_2(k) = -[a_{2v}(k) - jb_{2v}(k)]/a_{2i}$  i  $\underline{z}_{2n}(k) = \underline{z}_{2n}(k)/r_l$ .
```

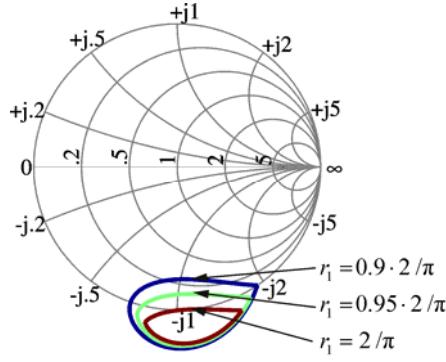
Na slici 9.a su prikazane granične linije impedanse na drugom harmoniku za  $r_l = 0,6$  ( $a_{1v} \approx 0,9425$ ) i  $-0,6 \leq x_l \leq 0,6$  sa korakom 0,1 za pojačavač snage sa normalizovanim polusinusoidalnim signalom struje (71) i nenegativnim signalom napona tipa (68) sa bar jednom nulom, što odgovara rezistivno-reaktivnoj klasi-B/J pojačavača snage. Na slici 9.b su prikazane granične linije (označene punom zadebljanom linijom) za  $x_l = 0,6$ ,  $x_l = -0,6$ ,  $x_l = 0,3$  i  $x_l = 0$ . Tačke levo od granične linije odgovaraju vrednostima impedansi na drugom harmoniku za koje se dobijaju nenegativni signali napona. Za tačke na samoj liniji se dobijaju signali napona koji imaju nulu. Crne tačke na ovim graficima označavaju normalizovanu impedansu na osnovnom harmoniku  $\underline{z}_{1n} = 1 + jx_l/r_l$ .



Slika 9. Granične linije impedanse na drugom harmoniku za  $r_l = 0,6$  i  $-0,6 \leq x_l \leq 0,6$  i b)  $x_l \in \{0,6; 0,3; 0; -0,6\}$ .

Normalizovana impedansa na prvom harmoniku označena je a) isprekidanim linijom i b) tačkom.

Svi grafici na slici 9 su nacrtani samo za pasivnu impedansu na drugom harmoniku ( $r_2 \geq 0$ ). Kada impedansa na drugom harmoniku nije pasivna, tada granične linije postoje i izvan Smitovog dijagrama, kao na slici 10. Na slici 10 su prikazane granične linije impedansi na drugom harmoniku za  $x_l = 0,9 \cdot 2/\pi \approx 0,57$  i  $r_l \in \{0,9 \cdot 2/\pi, 0,95 \cdot 2/\pi, 2/\pi\}$  (brojni podaci su iz primera koji je analiziran u [3]). Tačke koje se nalaze unutar krivih odgovaraju nenegativnim signalima.



Slika 10. Granične linije impedanse na drugom harmoniku za  $x_1 = 0.9 \cdot 2/\pi$  i  $r_1 \in \{0.9 \cdot 2/\pi, 0.95 \cdot 2/\pi, 2/\pi\}$ .

### 3.3.3.2. Postupak za određivanje graničnih linija na drugom harmoniku predložen u radu [3]

U radu [3] predložen je postupak za određivanje graničnih linija na drugom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage, za zadate koeficijente  $a_{1v}$  i  $b_{1v}$  na osnovnom harmoniku. Predložen postupak, sa svim potrebnim uslovima (koji nisu navedeni u [3]) izložen je u tri koraka.

// Ulagni podaci:  $a_{1v}$  i  $b_{1v}$ , tako da  $\sqrt{a_{1v}^2 + b_{1v}^2} \leq \sqrt{2}$  i  $a_{1v} > 0$ ,

i) za sve  $\delta \in [0, 2\pi)$  izračunati

$$\tan \gamma = -\frac{a_{1v} + a_{1v} \cos^2 \delta + 2 \cos \delta - b_{1v} \sin \delta \cos \delta}{2 \sin \delta + a_{1v} \sin \delta \cos \delta - 2b_{1v} + b_{1v} \cos^2 \delta},$$

$$\beta = \frac{2 \cos \delta + 2a_{1v}}{2 \sin(\delta + \gamma) - a_{1v} \sin(\delta - \gamma)};$$

ii) za one parove  $\delta$  i  $\gamma$  za koje je  $|\beta| \leq 1$  izračunati

$$a_{2v} = \frac{-(\beta/2) \sin(\gamma + \delta)}{1 - (\beta/2) \sin(\gamma - \delta)}, \quad b_{2v} = \frac{-(\beta/2) \cos(\gamma + \delta)}{1 - (\beta/2) \sin(\gamma - \delta)};$$

iii) izračunati  $z_2 = -(a_{2v} - jb_{2v})/a_{1v}$ ,  $r_1 = -a_{1v}/a_{1v}$  i  $z_{2n} = z_2/r_1$ .

Kao što smo ranije napomenuli, u [3] su i naponski i strujni signal pomereni za  $\pi$  u odnosu na signale u ovom tehničkom rešenju, tako da je  $a_{1i} = -\pi/2$ , dok je  $a_{1v} \geq 0$ . To objašnjava uslov  $a_{1v} > 0$  koji predstavlja ograničenje u ulaznim podacima.

Opisan postupak nije do kraja rešen analitički, jer nije određen interval za  $\delta$  koji obezbeđuje da signal bude nenegativan ( $|\beta| \leq 1$ ). Zbog toga je potrebno dodati taj uslov i eliminisati tačke koje ne pripadaju graničnim linijama. Osim toga, dodat je uslov  $\sqrt{a_{1v}^2 + b_{1v}^2} \leq \sqrt{2}$  koji ograničava izbor ulaznih podataka. Takođe je potrebno dodati i uslov  $a_{1v} > 0$  jer je impedansa na osnovnom harmoniku pasivna. U radu [3] postoji napomena da se mora biti pažljiv pri primeni funkcije atan pri određivanju  $\gamma$  (nakon prvog koraka), ali bez daljeg objašnjenja.

### 3.3.3.3. Validacija rezultata

Postupak za određivanje graničnih linija impedanse na drugom harmoniku, koji je predložen u [3] i analiziran u prethodnom odeljku, iskorišćen je za validaciju Algoritma 2. Granične linije impedanse na drugom harmoniku određene u ovom tehničkom rešenju su potpuno u saglasnosti sa linijama koje se dobijaju postupkom predloženim u [3].

## 3.4. Kako je realizovano tehničko rešenje i gde se primenjuje, odnosno koje su mogućnosti primene

Predloženo tehničko rešenje koriste istraživači sa Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu u aktivnostima koje se odnose na analizu pojačavača snage, kao i za dalja istraživanja. Tehničko rešenje obuhvata analitičku metodu za određivanje graničnih linija impedansi na osnovnom ili drugom harmoniku za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage. U okviru tehničkog rešenja su razvijeni i softverski implementirani algoritmi za određivanje graničnih linija impedansi pojačavača snage. Zahvaljujući analitičkim rešenjima, razvijeni algoritmi su vremenski efikasni.

Softver razvijen u okviru ovog tehničkog rešenja može se koristiti u projektovanju širokopojasnih linernih pojačavača snage, zahvaljujući praktično trenutnom računanju graničnih linija impedansi na osnovnom ili drugom harmoniku. Takođe se može koristiti u nastavi, npr. za vežbe na računaru.

## 4. Literatura

- [1] P. J. Tasker, "Practical waveform engineering," *IEEE Microw. Mag.*, vol. 10, pp. 65-76, Dec. 2009.
- [2] P. J. Tasker, J. Benedikt, "Waveform inspired models and the harmonic balance emulator," *IEEE Microw. Mag.*, vol. 12, pp. 38-54, Apr. 2011.
- [3] T. Canning, P. J. Tasker, S. C. Cripps, "Continuous mode power amplifier design using harmonic clipping contours: theory and practice," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 62, pp. 100-110, Jan. 2014.
- [4] C. Friesicke, R. Quay, A. F. Jacob, "The resistive-reactive class-J power amplifier mode," *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 25, pp. 666-668, Oct. 2015.
- [5] P. Wright, J. Lees, J. Benedikt, P. J. Tasker, S. Cripps, "A methodology for realizing high efficiency class-J in a linear and broadband PA", *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 57, pp. 3196-3204, Dec. 2009.
- [6] S. C. Cripps, "Grazing zero [microwave bytes]," *IEEE Microw. Mag.*, vol. 11, pp. 24-34, Dec. 2010.
- [7] A. Juhas, S. Dautović, L. Novak, "Metoda za modelovanje signala pojačavača snage bazirana na nenegativnim trigonometrijskim polinomima drugog stepena", tehničko rešenje M85, verifikovano na NN Veću FTN 06. 07. 2016. Vezano sa projektom TR 32016, <http://www.ftn.uns.ac.rs/n1922811611/tehnicka-resenja-m-85>.
- [8] A. AlMuhausen, P. Wright, J. Lees, P. J. Tasker, S. C. Cripps, J. Benedikt, "Novel wide band high-efficiency active harmonic injection power amplifier concept," in *IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig.*, May 2010, pp. 664–667.
- [9] A. AlMuhausen, P. Wright, J. Lees, P. Tasker, S. Cripps, J. Benedikt, "Wide band high-efficiency power amplifier design," in *Proc. Eur. Microw. Integr. Circuits Conf.*, Oct. 2011, pp. 184–187.
- [10] A. Dani, Z. Popović, "PA efficiency and linearity enhancement using external harmonic injection," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 60, no. 12, pp. 4097-4106, 2012.
- [11] M. Seo, H. Lee, J. Gu, H. Kim, J. Ham, W. Choi, Y. Yun, K. K. O, Y. Yang, , "High-efficiency power amplifier using an active second-harmonic injection technique under optimized third-harmonic termination," *IEEE Trans. Circuit Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 61, pp. 549–553, Aug. 2014.
- [12] M. Roberg, Z. Popović, "Analysis of high-efficiency power amplifiers with arbitrary output harmonic terminations," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 59, pp. 2037-2048, Aug. 2011.
- [13] L. Fejer, "Über trigonometrische Polynome," (in German) *Journal für die Reine und Angewandte Mathematik*, vol. 146, pp. 53–82, 1916.
- [14] G. V. Milanović, D. S. Mitrinović, Th. M. Rassias, *Topics in Polynomials: Extremal Problems, Inequalities, Zeros*, Singapore: World Scientific Publishing Co., 1994.
- [15] A. Juhas, L. A. Novak, "General description of nonnegative waveforms up to second harmonic for power amplifier modelling," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2014, Article ID 709762, 18 pages, 2014.
- [16] A. Juhas, L. A. Novak, "Conflict set and waveform modelling for power amplifier design," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2015, Article ID 585962, 29 pages, 2015.
- [17] A. Grebennikov, N. O. Sokal, M. J. Franco, *Switchmode RF Power Amplifiers*, 2nd edition, Academic Press, Elsevier, USA, 2012.
- [18] S. C. Cripps, P. J. Tasker, A. L. Clarke, J. Lees, J. Benedikt "On the continuity of high efficiency modes in linear RF power amplifiers," *IEEE Microw. Wireless Compon. Lett.*, vol. 19, pp. 665-667, Oct. 2009.
- [19] V. Carrubba, A. L. Clarke, M. Akmal, J. Lees, J. Benedikt, P. J. Tasker, S. C. Cripps "On the extension of the continuous class-F mode power amplifier," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 59, pp. 1294-1303, May 2011.
- [20] N. Tuffy, L. Guan, A. Zhu, T. J. Brazil "A simplified broadband design methodology for linearized high-efficiency continuous class-F power amplifier," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 60, pp. 1952-1963, June 2012.
- [21] S. Rezaei, L. Belostotski, M. Helaoui, F. M. Ghannouchi, "Harmonically tuned continuous class-C operation mode for power amplifier applications," *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 62, pp. 3017-3027, Dec. 2014.



**УНИВЕРЗИТЕТ  
У НОВОМ САДУ**



**ФАКУЛТЕТ  
ТЕХНИЧКИХ НАУКА**

Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија  
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000  
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763  
Телефакс: 021 458-133; e-mail: [ftndean@uns.ac.rs](mailto:ftndean@uns.ac.rs)

ИНТЕГРИСАНИ  
СИСТЕМ  
МЕНАЏМЕНТА  
СЕРТИФИКОВАН ОД:



Наш број: 01-сл

Ваш број:

Датум: 2016-11-03

**ИЗВОД ИЗ ЗАПИСНИКА**

Наставно-научно веће Факултета техничких наука у Новом Саду, на 25. редовној седници одржаној дана 26.10.2016. године, донело је следећу одлуку:

**-непотребно изостављено-**

**ТАЧКА 10. Питања научноистраживачког рада и међународне сарадње**

**Тачка 10.2.15: У циљу верификације новог техничког решења усвајају се рецензенти:**

- Доц. др Вељко Папић, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду
- Проф. др Александар Купусинац, Факултет техничких наука у Новом Саду

Назив техничког решења:

**"АЛГОРИТАМ ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ГРАНИЧНИХ ЛИНИЈА ИМПЕДАНСИ ЗА РЕЗИСТИВНО-РЕАКТИВНУ КЛАСУ Б/Ј ПОЈАЧАВАЧА СНАГЕ"**

Аутори техничког решења: Анамарија Јухас, Станиша Даутовић, Ладислав Новак.

**-непотребно изостављено-**

Записник водила:

Јасмина Димић, дипл. правник

Тачност података оверава:

Секретар

Иван Нешковић, дипл. правник \* НЕШКОВИЋ ИВАН

Декан

Проф. др Раде Дорословачки



## **RECENZIJA TEHNIČKOG REŠENJA**

### **" Algoritam za određivanje graničnih linija impedansi za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage "**

autori: Anamarija Juhas, Staniša Dautović i Ladislav Novak

projekat: TR32016 Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja

#### **Kratak prikaz razmatranog tehničkog rešenja**

Razmatrano tehničko rešenje se bavi problemima iz oblasti dizajna signala (eng. waveform engineering) primenjivih u dizajnu rezistivno-reaktivne klase-B/J pojačavača snage. Konkretan razmatran problem u tehničkom rešenju je algoritamski postupak za određivanje graničnih linija impedansi (eng. clipping contours) u dva slučaja: a) za određivanje impedanse na osnovnom harmoniku, ukoliko je poznata impedansa na drugom harmoniku i b) za određivanje impedanse na drugom harmoniku, pri čemu je poznata impedansa na osnovnom harmoniku. Problem opisan u tehničkom rešenju je u potpunosti rešen u analitičkom obliku, a zatim su na osnovu analitičkih rešenja razvijena dva algoritamska postupka i softver za određivanje graničnih linija impedansi. Dobijena rešenja su validirana i upoređena sa rešenjima u dostupnoj literaturi, demonstrirajući potpunu saglasnost između rešenja, uz brojne prednosti koje donose algoritmi predstavljeni u ovom tehničkom rešenju.

#### **Ocena tehničkog rešenja**

Tehničko rešenje donosi niz originalnih rezultata autora. Razmatrani problemi određivanja graničnih linija impedansi su detaljno i u potpunosti rešeni analitički, korišćenjem teorijskog pristupa baziranog na ne-negativnim trigonometrijskim polinomima drugog reda. Predstavljeni računski postupci za određivanje konturnih linija se, po mom najboljem saznanju, po prvi put javljaju u algoritamskom obliku u oblasti dizajna signala pojačavača snage. U dostupnoj literaturi postoje deskriptivni opisi postupaka za određivanje graničnih linija impedansi, koji nisu potpuni, a budući da nisu dati u algoritamskom obliku, ne može se govoriti ni o njihovoj vremenskoj efikasnosti. Dobijeni kvalitativni rezultati u okvirima ovog tehničkog rešenja predstavljaju osnov za dva razvijena algoritama koji daju garantovano optimalno rešenje, u vremenu koje je konstantno (ukoliko se analitički dobijene parametarske krive crtaju u simboličkom obliku), ili u linearном vremenu u funkciji izabranog broja tačaka u kojima se ove krive prikazuju preko svojih odbiraka.

Sumirajući izneto, radi se o originalnom tehničkom rešenju koje će unaprediti stanje u oblasti dizajna signala pojačavača snage rezistivno-reaktivne klase-B/J.

#### **Značaj ostvarenih rezultata**

Razmatrani problem je aktuelan i za njegovo rešavanje postoji inženjerski interes, o čemu svedoči niz članaka objavljenih u poslednjih nekoliko godina u

vodećim naučno-istraživačkim časopisima. Razvijeni algoritmi i njihova softverska implementacija koji su predstavljeni u okvirima ovog tehničkog rešenja se mogu koristiti u projektovanju širokopojasnih linernih pojačavača snage, zahvaljujući praktično trenutnom računanju graničnih linija impedansi na osnovnom ili drugom harmoniku. Osim za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J, iako do sada nisu korišćene, granične linije impedansi na osnovnom i drugom harmoniku mogu biti koristan alat i u projektovanju pojačavača snage sa injektovanim drugim harmonikom, kao i u projektovanju pojačavača snage sa proizvoljnim impedansama u izlaznom kolu.

### **Zaključak**

Kao recenzent ovog tehničkog rešenja, smatram da je ono originalno, primenjivo, svršishodno i značajno u oblasti dizajna signala pojačavača snage. U tom smislu ga pozitivno ocenjujem i predlažem da se tehničko rešenje " Algoritam za određivanje graničnih linija impedansi za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage ", čiji su autori Anamarija Juhas, Staniša Dautović i Ladislav Novak prihvati i klasifikuje kao rezultat "M85-softver".

Beograd,  
6. novembar 2016.

Doc. dr Veljko Papić  
Elektrotehnički fakultet  
Univerzitet u Beogradu



## РЕЦЕНЗИЈА ПРЕДЛОЖЕНОГ ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

**Предмет: Мишљење о испуњености критеријума за признавање техничког решења**

Назив Техничког решења:

**Алгоритам за одређивање граничних линија импеданси за резистивно-реактивну класу-Б/Ј појачавача снаге**

Аутори: Анамарија Јухас, Станиша Даутовић и Ладислав Новак

Техничко решење је развијено у оквиру пројекта ТР-32016,

руководилац пројекта: проф. др Љиљана Живанов

Категорија Техничког решења: М85, подтип решења: софтвер

### Образложение

У оквиру техничког решења развијени су алгоритми за одређивање граничних линија импеданси на основном и другом хармонику за резистивно-реактивну класу-Б/Ј појачавача снаге. За резистивно-реактивну класу-Б/Ј појачавача, сигнал струје је полусинусоидалан сигнал, док сигнал напона припада класи ненегативних сигнала до другог хармоника.

У првом делу техничког решења изведени су аналитички изрази из којих се могу генерисати сви ненегативни сигнали до другог хармоника са бар једном нулом у случају када су познати коефицијенти на другом хармонику, односно када су познати коефицијенти на основном хармонику.

Теоријски резултати изложени у првом делу техничког решења су примењени за одређивање граничних линија импеданси у другом делу. Проблем одређивања граничних линија импеданси на основном хармонику за задату импедансу на другом хармонику сведен је на проблем одређивања ненегативних сигнала напона са бар једном нулом и задатим коефицијентима на другом хармонику. Такође, проблем одређивања граничних линија на другом хармонику за задату импедансу на основном хармонику сведен је на проблем одређивања ненегативних сигнала напона са бар једном нулом и задатим коефицијентима на основном хармонику. Као резултат, изведени су аналитички изрази за одређивање импеданси које припадају граничним линијама. Ови аналитички изрази су искоришћени да се развију временски ефикасни алгоритми.

Помоћу овог техничког решења могу се на лак начин генерисати граничне линије импеданси за резистивно-реактивну класу-Б/Ј појачавача снаге. У оквиру техничког решења развијени су временски ефикасни алгоритми који имају примену у анализи и дизајну појачавача снаге.

### Закључак

На основу свега наведеног, предлажем да се Техничко решење под називом „Алгоритам за одређивање граничних линија импеданси за резистивно-реактивну класу-Б/Ј појачавача снаге“ чији су аутори Анамарија Јухас, Станиша Даутовић и Ладислав Новак прихвати као ново техничко решење на пројекту ТР-32016 Министарства просвете, науке и технолошког развоја и класификује као резултат: **М85 – СОФТВЕР**.

У Новом Саду,  
14. 11. 2016. год.

Проф. др Александар Купусинац,  
Универзитет у Новом Саду, ФТН

*Ладислав Новак*



УНИВЕРЗИТЕТ  
У НОВОМ САДУ

Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија  
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000  
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763  
Телефакс: 021 458-133; e-mail: ftndean@uns.ac.rs



ФАКУЛТЕТ  
ТЕХНИЧКИХ НАУКА

ИНТЕГРИСАНИ  
СИСТЕМ  
МЕНАЖМЕНТА  
СЕРТИФИКОВАН ОД:



Наш број: 01.сл

Ваш број:

Датум: 2016-12-07

## ИЗВОД ИЗ ЗАПИСНИКА

Наставно-научно веће Факултета техничких наука у Новом Саду, на 26. редовној седници одржаној дана 30.11.2016. године, донело је следећу одлуку:

*-непотребно изостављено-*

### ТАЧКА 11. Питања научноистраживачког рада и међународне сарадње

Тачка 11.12.: На основу позитивног извештаја рецензената верификује се техничко решење (М85) под називом:

**"АЛГОРИТАМ ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ ГРАНИЧНИХ ЛИНИЈА ИМПЕДАНСИ ЗА РЕЗИСТИВНО-РЕАКТИВНУ КЛАСУ Б/Ј ПОЈАЧАВАЧА СНАГЕ"**

Аутори техничког решења: Анамарија Јухас, Станиша Даутовић, Ладислав Новак.

*-непотребно изостављено-*

Записник водила:

Јасмина Димић, дипл. правник

Тачност података оверава:  
Секретар

Ивана Нешковић, дипл. правник

Декан



Проф. др Раде Дорословачки