

TEHNIČKO REŠENJE

Metoda za modelovanje histerezisne petlje bazirana na sigmoidalnim funkcijama

M-85: Prototip, nova metoda, softver, standardizovan ili atestiran instrument, nova genetska proba, mikroorganizmi

Autori:

dr Anamarija Juhas, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu
dr Slavica Medić, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu
dr Tatjana Grbić, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu
dr Miodrag Milutinov, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu
dr Staniša Dautović, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Godina:

2017.

Podtip tehničkog rešenja:

Nova metoda - M85

Korisnik:

Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, za potrebe daljih istraživanja

Projekat u okviru koga je realizovano tehničko rešenje:

Broj projekta: TR 32016 Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije
Program istraživanja u oblasti tehnološkog razvoja za period 2011-2017.

Tehnološka oblast:	Elektronika, telekomunikacije i informacione tehnologije
Naziv projekta:	Inovativne elektronske komponente i sistemi bazirani na neorganskim i organskim tehnologijama ugrađeni u robe i proizvode široke potrošnje
Rukovodilac projekta:	dr Ljiljana Živanov, redovni profesor

Kako su rezultati verifikovani (od strane kog tela):

Verifikacija tehničkog rešenja je izvršena od strane:

Naučno-nastavnog veća Fakulteta tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

1. Opis problema koji se rešava tehničkim rešenjem

Oblast na koju se tehničko rešenje odnosi

Elektromagnetika, matematičko modelovanje histereza, magnetski materijali, feroelektrici.

Problem koji se tehničkim rešenjem rešava

Histeresis se pojavljuje u mnogim naučnim i tehničkim disciplinama, kao što su elektrotehnika, fizika, mehanika, biologija, ekonomija, itd. U elektrotehnici, modelovanje histerezijsne petlje ima veliki značaj u analizi magnetskih materijala, feroelektrika, pametnih materijala, elektronici, itd. S obzirom na rasprostranjenost pojave histereza, u literaturi postoji veliki broj modela. Međutim, do sada nije razvijen model pomoću kog je moguće opisati sve histerezijsne petlje i pojave koje prate histeresis.

U literaturi, u modelovanju histerezijsnih petlji koristi se samo nekoliko simetričnih sigmoidalnih funkcija, kao što su tangens hiperbolični, Langevin-ova funkcija, Brillouin-ova funkcija, arkus tangens ili Frolich-ova funkcija. U okviru tehničkog rešenja pokazano je da se nove simetrične sigmoidalne funkcije mogu generisati ne samo kao kompozicija simetrične sigmoidalne funkcije i monotone neparne funkcije, već i obrnuto, kao kompozicija monotone neparne funkcije i simetrične sigmoidalne funkcije. Kao posledica, i kompozicija simetričnih sigmoidalnih funkcija takođe generiše simetričnu sigmoidalnu funkciju. Kao sledeći korak, korišćenjem simetričnih sigmoidalnih funkcija konstruisane su složene sigmoidalne funkcije. U okviru tehničkog rešenja pokazano je da se složene sigmoidalne funkcije mogu koristiti u modelovanju histerezijsnih petlji, krivih preokreta prvog i višeg reda, demagnetizacione spirale i inverznog histereza. Uvođenjem novih sigmoidalnih funkcija u modelovanje histerezijsne petlje povećava se fleksibilnost modela i povećava mogućnost dobijanja tačnijih modela sa manjim brojem parametara.

2. Stanje rešenosti tog problema u svetu

Histeresis je nelinearan fenomen koji se pojavljuje u mnogim oblastima kao što su fizika, elektronika, nauka o materijalima, biologija, mehanika, ekonomija, itd. [1]. Histeresis u feromagnetskim materijalima je klasičan primer ove pojave. Osim toga, histeresis se pojavljuje kod feroelektrika, zatim pametnih materijala, kao što su piezoelektrici, elektroaktivni polimeri, magnetostriktivni materijali, legure koje pamte oblik [2].

S obzirom na rasprostranjenost pojave histereza, u literaturi postoji veliki broj modela. Kao rezultat velikog značaja histereza objavljeno je više knjiga o modelovanju histereza [3]-[12]. Međutim do sada nije razvijen model koji je u mogućnosti da opiše sve pojave koje prate histeresis [12]. Većina modela histereza koji se danas koriste su fenomenološki modeli.

Osnovna prednost matematičkih modela histereza je da se eksperimentalni podaci opisuju analitičkim izrazima, što omogućava dalju jednostavniju i efikasniju analizu sistema u kojima se pojavljuje histeresis. Analitički izrazi sadrže određen broj parametara, čije se vrednosti određuju fitovanjem rezultata merenja ili eksperimenata.

Preisach-ov model je jedan od najčešće korišćenih matematičkih modela histereza. Osnovni model je predložen 1935. godine u radu Preisach-a [13]. Dalji razvoj i primene ovog modela počinju osamdesetih godina dvadesetog veka u radovima Mayergoyz-a, iz kojih je nastala knjiga [4]. Preisach-ov model se koristi za opisivanje histereza magnetskih materijala [9], [10], kod pametnih materijala [2], a moguće ga je primeniti i za modelovanje drugih tipova histereza (npr. kada je smer obilaska histerezijsne petlje u smeru kazaljke na satu [14]), itd.

Jiles-Altherton-ov model se takođe pojavio osamdesetih godina prošlog veka kao model histerezijsne petlje magnetskih materijala [15], [16]. Kasnije je primena ovog modela proširena i na druge oblasti, npr. feroelektrike [17]. U literaturi je predloženo i više modifikacija Jiles-Altherton-ovog modela, npr. [18]-[21]. Jiles-Altherton-ov model (i njegove modifikacije) se baziraju na diferencijalnoj jednačini oblika

$$\frac{dy}{dt} = g(x, y, \delta) \frac{dx}{dt}, \quad \delta = \operatorname{sgn} \left(\frac{dx}{dt} \right). \quad (1)$$

Isti tip diferencijalne jednačine se pojavljuje u modelima histereza koje je Duhem predložio početkom dvadesetog veka [22], kao i u modelima predloženim u [23], [24]. Za $\delta = 1$ i $\delta = -1$ iz (1) se dobijaju jednačine $dy/dx = g(x, y, 1)$ i $dy/dx = g(x, y, -1)$, respektivno. Rešenja ovih jednačina su dve familije krivih, od kojih jedna modeluje uzlaznu, a druga silaznu granu histereza. Postoje i drugi modeli koji su opisani diferencijalnom jednačinom, npr. [25].

Modeli histerezisnih petlji koje je najjednostavnije implementirati su zasnovani na korišćenju matematičkih funkcija. U tu svrhu su korišćene eksponencijalne funkcije [26], polinomi [27], [28], racionalne funkcije [29], [30], [31], [32], Furijeov red [33], Langevin-ova funkcija [34], [35], Brillouin-ova funkcija [34], modifikovana Brillouin-ova funkcija [36], tangens hiperbolični [37], Frolich-ova funkcija [32] i arkus tangens [32], [34], [38]-[41].

T(x) model (Takach-ev model) je predložen u [42] i razvijen u [11]. Ovaj model je baziran na modelovanju grana histerezisne petlje korišćenjem linearne kombinacije tangens hiperbolične i linearne funkcije. Takach-ev model omogućava modelovanje glavne histerezisne petlje, zatim simetričnih i asimetričnih unutrašnjih petlji, krivih preokreta prvog i višeg reda, inverznog histereza, itd. U radu [34] su analizirane modifikacije Takach-evog modela histereza u kojima je tangens hiperbolični zamenjen Langevin-ovom funkcijom, arkus tangensom, sinusom od arkus tangensa ili Frolich-ovom funkcijom. U [43] je analizirana mogućnost da se u modelovanje histerezisne petlje pored tangensa hiperboličnog, Langevin-ove funkcije i Frolich-ove funkcije, uključe još neke sigmoidalne funkcije, koje se često koriste u neuralnim mrežama i biologiji, kao što su logistička funkcija, algebarska sigmoidalna funkcija, ili Gompertz-ova funkcija.

U radovima [44]-[47] je predložen model histerezisne petlje za feromagnetske materijale, u kojem se koristi linearna kombinacija linearne funkcije i dve inverzne sigmoidalne funkcije (arkus tangens hiperbolični i inverzna Langevin-ova funkcija).

Svaki model histereza ima svoje prednosti i nedostatke [12]. Modeli histereza su bazirani na nekom početnom skupu hipoteza, koji ograničava opseg primene za svaki od postojećih modela [12]. Osim toga modeli se razlikuju po svojoj kompleksnosti, što takođe utiče na njihov opseg primene [12].

3. Detaljan opis tehničkog rešenja (uključujući i prateće ilustracije i tehničke crteže)

U modelovanju histerezisne petlje često se koriste simetrične sigmoidalne funkcije kao što su Langevin-ova funkcija, Brillouin-ova funkcija, tangens hiperbolični, arkus tangens, itd. Za modelovanje histerezisne petlje, kao argumenti sigmoidalnih funkcija su do sada korišćene samo afine funkcije. U ovom tehničkom rešenju u odeljku 3.1 pokazano je da se nove simetrične sigmoidalne funkcije mogu generisati ne samo kao kompozicija simetrične sigmoidalne i monotone neparne funkcije, već i obrnuto; kao kompozicija monotone neparne i simetrične sigmoidalne funkcije. Kao specijalan slučaj sledi da je kompozicija simetričnih sigmoidalnih funkcija takođe simetrična sigmoidalna funkcija.

Polazeći od simetričnih sigmoidalnih funkcija moguće je konstruisati i složenije sigmoidalne funkcije. U odeljku 3.2 je pokazano da se složenije sigmoidalne funkcije mogu uspešno koristiti za modelovanje simetričnih i asimetričnih histerezisnih petlji, krivih preokreta prvog i višeg reda, demagnetizacije spirale i inverznog histereza.

Primeri modelovanja histerezisnih petlji korišćenjem sigmoidalnih funkcija su izloženi u odeljku 3.3.

3.1. Simetrične sigmoidalne funkcije

Monotone, ograničene realne funkcije jedne realne promenljive čiji je grafik simetričan u odnosu na neku tačku se nazivaju *sigmoidalne funkcije*, zbog sličnosti oblika njihovog grafika sa grčkim slovom malo sigma (u slučaju kada se javlja na kraju reči piše se kao ς). Njihovo proučavanje rezultiralo je takozvanom *sigmoidalnom teorijom* koja je opisala beskonačno mnogo klasa sigmoidalnih funkcija, koje se nazivaju *sigmoidalne klase*. Takođe, u okviru sigmoidalne teorije razmatraju se i funkcije koje su po delovima sigmoidalne i one se nazivaju *multi-sigmoidalne funkcije*.

Na osnovu rada [48] sledi formalna definicija sigmoidalne funkcije.

Definicija 1 Funkcija $f: R \rightarrow R$ je simetrična sigmoidalna funkcija (kraće sigmoidalna funkcija) ako važi

1. f je monotona funkcija,
2. $\inf_{x \in R} f(x) = L$ i $\sup_{x \in R} f(x) = U$,
3. postoji realan broj m takav da za svako $x \in R$ važi $f(m-x) + f(m+x) = L + U$.

Ako su L i U donje i gornje ograničenje funkcije f , i m je apscisa tačke u odnosu na koju je grafik funkcije simetričan, funkcija f pripada klasi sigmoidalnih funkcija $\text{sigm}(L, U, m)$, što se piše $f \in \text{sigm}(L, U, m)$. Grafik funkcije je simetričan u odnosu na tačku $(m, (L+U)/2)$. Kaže se da funkcija f ima „S-oblik“.

Ako je $f \in \text{sigm}(0, 1, m)$, funkcija se naziva *jedinična sigmoidalna funkcija*. Ako je $f \in \text{sigm}(0, 1, 0)$, funkcija se naziva *osnovna jedinična sigmoidalna funkcija*.

Teorema 1 Ako $f \in \text{sigm}(L, U, m)$ onda $f_1 \in \text{sigm}((L-U)/2, (U-L)/2, 0)$, gde je $f_1(x) = f(x+m) - (L+U)/2$.

Dokaz. Kako je f rastuća funkcija, sledi da tu osobinu ima i funkcija f_1 . Na osnovu poznatih osobina infimuma sledi $\inf_{x \in R} f_1(x) = \inf_{x \in R} f(x) - (L+U)/2 = L - (L+U)/2 = (L-U)/2$. Slično, $\sup_{x \in R} f_1(x) = (U-L)/2$. Iz $f(-x+m) - (L+U)/2 + f(x+m) - (L+U)/2 = f(-x+m) + f(x+m) - L - U = L + U - L - U = 0$ sledi da je $f_1(-x) + f_1(x) = 0$.

Na osnovu prethodne teoreme se može zaključiti da se umesto proizvoljne sigmoidalne funkcije može posmatrati slučaj kada je $m = 0$.

Teorema 2 Ako $s \in \text{sigm}(L, U, 0)$ i $f: R \rightarrow R$ je neprekidna monotono rastuća neparna funkcija, onda $f_1 \in \text{sigm}(f(L), f(U), 0)$, gde je $f_1(x) = f(s(x))$.

Dokaz. Kompozicija dve monotono rastuće funkcije je monotono rastuća funkcija. Na osnovu definicije infimuma funkcije i poznatih osobina graničnih vrednosti monotono rastuće funkcije je $\inf_{x \in R} f_1(x) = \inf_{x \in R} f(s(x)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(s(x)) = f(\lim_{x \rightarrow -\infty} s(x)) = f(L)$. Slično, $\sup_{x \in R} f_1(x) = f(U)$. Iz $f_1(-x) + f_1(x) = f(s(-x)) + f(s(x)) = f(-s(x)) + f(s(x)) = -f(s(x)) + f(s(x)) = 0$ i $f(L) + f(U) = 0$ sledi $f_1(-x) + f_1(x) = f(L) + f(U)$.

Svaka sigmoidalna funkcija za koju je $m = 0$ je i neparna funkcija, tako da direktno sledi sledeća teorema.

Teorema 3 Ako $s_1 \in \text{sigm}(L_1, U_1, 0)$ i $s_2 \in \text{sigm}(L_2, U_2, 0)$ tada $s \in \text{sigm}(L, U, 0)$, gde je $s(x) = s_1(s_2(x))$, $L = s_1(L_2)$ i $U = s_1(U_2)$.

Teorema 4 Ako $s \in \text{sigm}(L, U, 0)$ i $f: R \rightarrow R$ je neprekidna monotono rastuća neparna funkcija, onda $f_1 \in \text{sigm}(L_1, U_1, 0)$, gde je $f_1(x) = s(f(x))$, $L_1 = s(\inf_{x \in R} f(x))$, $U_1 = s(\sup_{x \in R} f(x))$.

Dokaz. Kompozicija dve monotono rastuće funkcije je monotono rastuća funkcija. Na osnovu definicije infimuma funkcije i poznatih osobina graničnih vrednosti monotono rastuće funkcije je $\inf_{x \in R} f_1(x) = \inf_{x \in R} s(f(x)) = \lim_{x \rightarrow -\infty} s(f(x)) = s(\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)) = s(\inf_{x \in R} f(x))$. Slično, $\sup_{x \in R} f_1(x) = s(\sup_{x \in R} f(x))$. Iz $f_1(x) + f_1(-x) = s(f(x)) + s(f(-x)) = s(f(x)) + s(-f(x)) = s(f(x)) - s(f(x)) = 0$ i $f_1(L) + f_1(U) = 0$, sledi da je $f_1(-x) + f_1(x) = f_1(L) + f_1(U)$.

Ako je $A = \inf_{x \in R} f(x) > -\infty$ onda je $L_1 = s(A)$. U slučaju da je $\inf_{x \in R} f(x) = -\infty$ je $L_1 = L$.

Ako je $B = \sup_{x \in R} f(x) < \infty$ onda je $U_1 = s(B)$. U slučaju da je $\sup_{x \in R} f(x) = \infty$ je $U_1 = U$.

Dakle, na osnovu svih navedenih rezultata, uvek se može posmatrati sigmoidalna funkcija $s \in \text{sigm}(L, U, 0)$. Neka su $f_+(x) = s(x-a) + b$ i $f_-(x) = s(x+a) - b$ funkcije koje opisuju uzlaznu i silaznu granu histerezisne petlje. Tačka x_m je zajednička tačka funkcija f_+ i f_- , te iz $s(x_m + a) - b = s(x_m - a) + b$ sledi da je

$$b = \frac{s(x_m + a) - s(x_m - a)}{2}. \quad (2)$$

Definicija 2 Sirjektivna funkcija $\alpha: D \rightarrow R$, $D \subset R$, se naziva *indeksna funkcija* ako je α monotono rastuća ili monotono opadajuća funkcija.

Neka je D neprazan podskup skupa realnih brojeva i $f: D \rightarrow R$. Posmatra se klasa funkcija

$$C_f = \{f \circ \alpha: \alpha: D \rightarrow D \text{ je indeksna funkcija}\}. \quad (3)$$

Dalje se posmatraju samo funkcije koje su kompozicija realne funkcije f jedne realne promenljive i afine funkcije α , tj. klasa

$$A_f = \{f \circ \alpha: \alpha: D \rightarrow D \text{ je afina funkcija}\} \quad (4)$$

koja je potklasa klase C_f i koja se naziva *afina klasa funkcije f* .

Ako je f sigmoidalna funkcija i α afina funkcija, tada funkcija $f \circ \alpha$ ne mora da bude simetrična ali zadržava „S-oblik“, videti rad [48]. Takve funkcije se nazivaju *asimetrične sigmoidalne funkcije*.

U radu [48] je pokazano da se svaka sigmoidalna funkcija $f \in \text{sigm}(L, U, m)$ može predstaviti kao afina transformacija jedinične sigmoidalne funkcije $u(x)$, gde je $u(x) = \frac{f(x) - L}{U - L}$ ili kao afina transformacija osnovne jedinične sigmoidalne funkcije $s(x)$, pri čemu je za monotono rastuću funkciju f funkcija $s(x) = \frac{f(x+m) - L}{U - L}$, dok je za monotono opadajuću funkciju f funkcija $s(x) = \frac{U - f(x+m)}{U - L}$.

Sigmoidalna teorija fokusira se na sigmoidalne funkcije koje su skoro svuda diferencijabilne tj. nemaju izvod najviše na skupu mere nula. Izvod funkcije $f \in \text{sigm}(L, U, m)$ se naziva *sigmoidalni generator* i označava uobičajeno sa f' .

Neka je X slučajna promenljiva apsolutno neprekidnog tipa čija funkcija raspodele F je sigmoidalna funkcija i čija funkcija gustine raspodele verovatnoća f je parna funkcija. Iz $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$ i $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 1$ i parnosti funkcije gustine raspodele verovatnoća f sledi da je $F \in \text{sigm}(0, 1, m)$. Svaka parna funkcija gustine raspodele verovatnoća naziva se *osnovni jedinični sigmoidalni generator* (jedinični je iz razloga što je $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = 1$). Primeri takvih slučajnih promenljivih su slučajna promenljiva sa Gausovom raspodelom čija je funkcija gustine $f(x) = e^{-x^2/2} / \sqrt{2\pi}$, $x \in R$, slučajna promenljiva sa uniformnom raspodelom na intervalu $(-a, a)$ čija je funkcija gustine $f(x) = 1/(2a)$, $x \in (-a, a)$, $a > 0$, kao i slučajna promenljiva čija je funkcija gustine $f(x) = 3x^2/(2a^3)$, $x \in (-a, a)$, $a > 0$.

U radu [48] je pokazan opštiji slučaj koji se odnosi na sigmoidalnu funkciju $f \in \text{sigm}(L, U, m)$.

Teorema 5 Ako je f skoro svuda diferencijabilna sigmoidalna funkcija, tada $f \in \text{sigm}(L, U, m)$ ako i samo ako važi

1. sigmoidalni generator f' funkcije f ne menja znak,

$$2. \left| \int_{-\infty}^{\infty} f'(t)dt \right| = U - L,$$

3. $f'(m-x) = f'(m+x)$, za svako $x \in R$.

Na osnovu rada [48], može se zaključiti da je za skoro svuda diferencijabilnu monotono rastuću sigmoidalnu funkciju f uslov $f \in \text{sigm}(L, U, m)$ ekvivalentan sa tim da postoji nenegativna funkcija

g takva da je $f(x) = \int_{-\infty}^x g(t)dt + L$. Dokaz sledi iz jednakosti

$$f(x) = f(x) - \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \int_{-\infty}^x f'(t)dt + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x), \quad (5)$$

pri čemu je $g(t) = f'(t)$ nenegativna funkcija jer je f monotono rastuća funkcija.

Slično se može pokazati da je za skoro svuda diferencijabilnu monotono opadajuću sigmoidalnu funkciju f uslov $f \in \text{sigm}(L, U, m)$ ekvivalentan sa tim da postoji nenegativna funkcija g takva da je

$$f(x) = -\int_{-\infty}^x g(t)dt + U.$$

Teorema 6 Ako su $f_1 \in \text{sigm}(L, U, m_1)$ i $f_2 \in \text{sigm}(L, U, m_2)$ skoro svuda diferencijabilne, tada je

$$C_{f_1} = C_{f_2} \Leftrightarrow C_{f_1} \cap C_{f_2} \neq \emptyset. \quad (6)$$

Dokaz. Ako su klase C_{f_1} i C_{f_2} jednake, tada očigledno važi i $C_{f_1} \cap C_{f_2} \neq \emptyset$.

Pokažimo da iz toga što je presek klasa C_{f_1} i C_{f_2} neprazan sledi da je $C_{f_1} \subseteq C_{f_2}$.

Neka je $s(x)$ funkcija koja se nalazi u preseku klasa C_{f_1} i C_{f_2} . Na osnovu (3) sledi da postoje indeksne funkcije $\alpha_1(x)$ i $\alpha_2(x)$ takve da je za svako x

$$s(x) = (f_1 \circ \alpha_1)(x) = (f_2 \circ \alpha_2)(x). \quad (7)$$

Primenom izvoda složene funkcije sledi da je za svako x

$$f_1'(\alpha_1(x))\alpha_1'(x) = f_2'(\alpha_2(x))\alpha_2'(x), \quad (8)$$

tj.

$$g_1(\alpha_1(x))\alpha_1'(x) = g_2(\alpha_2(x))\alpha_2'(x), \quad (9)$$

gde su g_1 i g_2 sigmoidalni generatori funkcija f_1 i f_2 , redom.

Moguće je da nastupe tri slučaja, da su funkcije f_1 i f_2 obe monotono rastuće, da su obe monotono opadajuće i da je jedna monotono rastuća, a druga monotono opadajuća. Dokaz se daje za prvi slučaj, kada su funkcije f_1 i f_2 obe monotono rastuće funkcije, a preostala dva slučaja se mogu pokazati slično.

Ako su funkcije f_1 i f_2 monotono rastuće funkcije, tada su i indeksne funkcije $\alpha_1(x)$ i $\alpha_2(x)$ monotono rastuće funkcije. Za svaku funkciju $s \in C_{f_1}$ postoji indeksna funkcija α takva da je

$$s(x) = f_1(\alpha(x)) = \int_{-\infty}^{\alpha(x)} g_1(t)dt + L. \quad (10)$$

Uvođenjem smene $t = \alpha_1(\alpha_2^{-1}(\rho))$, jednakost (10) postaje

$$s(x) = \int_{-\infty}^{\beta(x)} g_1(\alpha_1(\alpha_2^{-1}(\rho)))d(\alpha_1(\alpha_2^{-1}(\rho))) + L, \quad (11)$$

gde je $\beta = \alpha_2 \circ \alpha_1^{-1} \circ \alpha$. Na osnovu (9) i diferencijala složene funkcije sledi

$$s(x) = \int_{-\infty}^{\beta(x)} g_2(\alpha_2(\alpha_2^{-1}(\rho)))d(\alpha_2(\alpha_2^{-1}(\rho))) + L = \int_{-\infty}^{\beta(x)} g_2(\rho)d\rho + L = f_2(\beta(x)). \quad (12)$$

Slično se pokazuje da iz toga što je presek klasa C_{f_1} i C_{f_2} neprazan sledi da je $C_{f_2} \subseteq C_{f_1}$. Iz $C_{f_1} \subseteq C_{f_2}$ i $C_{f_2} \subseteq C_{f_1}$ sledi $C_{f_1} = C_{f_2}$.

3.2. Modelovanje histereza

U modelovanju histereza, osim glavne (eng. major) histerezisne petlje, od interesa su simetrične i nesimetrične male (eng. minor) histerezisne petlje, kao i tzv. demagnetizacione spirale (eng. demagnetization spiral). Male histerezisne petlje kao delove sadrže tzv. krive preokreta (eng. reversal curves) prvog reda (FORC), drugog reda (SORC) ili višeg reda (NORC).

U radu [35] je predložena jedna složena sigmoidalna funkcija, koja je konstruisana polazeći od Langevin-ove funkcije. Modelom opisanim u [35] je obuhvaćena glavna histerezisna petlja, zatim simetrične histerezisne petlje i povratne krive prvog reda (FORC). U ovom odeljku je pokazano da se model može generalizovati i na krive preokreta višeg reda, čime je omogućeno da se konstruiše demagnetizaciona spirala. Takođe je pokazano da se model može proširiti i na dobijanje inverznog histereza. Osim toga, u modelu se umesto Langevin-ove funkcije mogu koristiti i druge simetrične sigmoidalne funkcije, koje su analizirane u odeljku 3.1. (U odeljku 3.3.3 u okviru primene modela histerezisne petlje, za dobijanje složene sigmoidalne funkcije korišćena je simetrična sigmoidalna funkcija koja predstavlja kompoziciju tangensa hiperboličnog i Frolich-ove funkcije).

Magnetizacija se može predstaviti kao zbir reverzibilne i ireverzibilne komponente (npr. [16], [35]). U [16] i [35] reverzibilna magnetizacija je modelovana korišćenjem Langevin-ove funkcije

$$M_{\text{rev}}(H) = M_a [\coth(c_a H) - 1/(c_a H)], \quad (13)$$

gde su M_a , c_a parametri i H jačina magnetskog polja.

Za modelovanje ireverzibilne komponente, u [35] je uvedena složena sigmoidalna funkcija

$$S_L(u; v) = [s_L(u + a_0) - s_L(v + a_0)][s_L(u - a_0) - s_L(v - a_0)], \quad (14)$$

gde je $s_L(w)$ Langevin-ova funkcija,

$$s_L(w) = \coth(c_b w) - 1/(c_b w), \quad (15)$$

a v , a_0 i c_b su parametri.

Langevin-ova funkcija s_L koja se pojavljuje unutar funkcije $S_L(u; v)$ se može zameniti nekom drugom simetričnom sigmoidalnom funkcijom (tangensom hiperboličnim, arkus tangensom, itd.), ali takođe i simetričnim sigmoidalnim funkcijama koje se mogu dobiti kompozicijom, kao što je opisano u odeljku 3.1. Funkciju tipa (14) u kojoj je Langevin-ova funkcija zamenjena drugom simetričnom sigmoidalnom funkcijom s , označićemo sa $S(u; v)$. Lako se vidi da je $S(u; u) = 0$. S obzirom da je s neparna funkcija važi

$$\begin{aligned} S(u; -v) &= [s(u + a_0) - s(-v + a_0)][s(u - a_0) - s(-v - a_0)] \\ &= [s(-u - a_0) - s(v - a_0)][s(-u + a_0) - s(v + a_0)] \\ &= S(-u; v). \end{aligned} \quad (16)$$

3.2.1. Složene sigmoidalne funkcije u modelovanju histereza

U ovom odeljku posmatraćemo ireverzibilnu komponentu magnetizacije,

$$M^+(H) = M_b S(H; -H_m) - b_0, \quad (17)$$

$$M^-(H) = b_0 - M_b S(H; H_m), \quad (18)$$

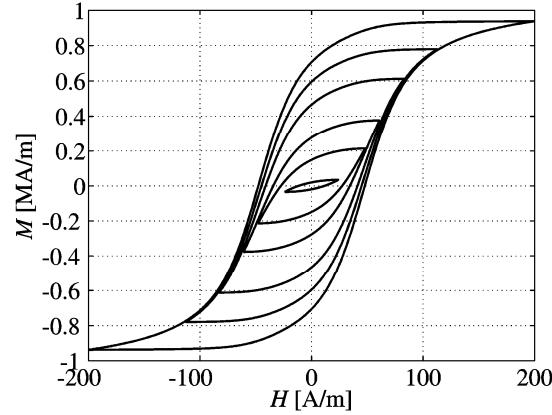
gde je

$$b_0 = \frac{1}{2} M_b S(H_m; -H_m). \quad (19)$$

Parametar b_0 se određuje iz uslova da je histerezisna petlja zatvorena, tj. da $M^+(H_m) = M^-(H_m)$ (i $M^+(-H_m) = M^-(-H_m)$).

Na slici 1 su prikazane simetrične histerezisne petlje za parametre $M_b = 0,55 \text{ MA/m}$, $c_b = 66,5 \cdot 10^{-3} \text{ m/A}$ i $a_0 = 46,27 \text{ A/m}$ iz rada [35]. Maksimalne vrednosti jačine magnetskog polja od

najmanje ka najvećoj histerezisnoj petlji su $H_{m1} = 24 \text{ A/m}$, $H_{m2} = 48 \text{ A/m}$, $H_{m3} = 61 \text{ A/m}$, $H_{m4} = 83 \text{ A/m}$, $H_{m5} = 113 \text{ A/m}$ i $H_{m6} = 200 \text{ A/m}$.



Slika 1. Simetrične histerezisne petlje.

Vrhovi histerezisnih petalji nalaze se na normalnoj krivoy magnetisanja $M_{\text{norm}} = b_0$, tj.

$$M_{\text{norm}} = \frac{1}{2} M_b S(H_m; -H_m). \quad (20)$$

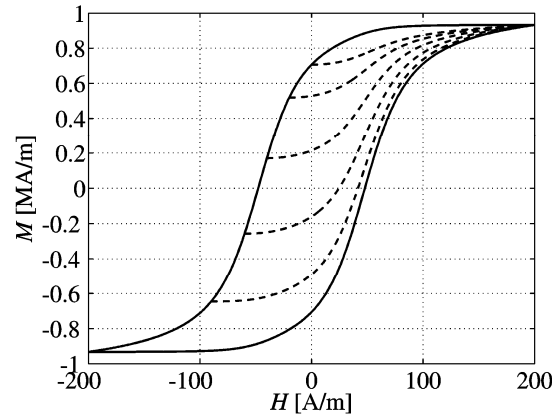
U radu [35] je predložen i analitički izraz za opisivanje krivih preokreta prvog reda (FORC). Pretpostavimo da se tačka preokreta H_{r1} nalazi na silaznoj grani histerezisne petlje $M^-(H)$. Krive preokreta prvog reda mogu se opisati kao

$$M_1^+(H) = M_b S(H; H_{r1}) - b_1^+, \quad (21)$$

gde se b_1^+ određuje iz uslova $M^-(H_{r1}) = M_1^+(H_{r1})$. Kako je $S(H_{r1}; H_{r1}) = 0$, sledi $b_1^+ = -M^-(H_{r1})$, što je na osnovu (18) dalje jednako

$$b_1^+ = M_b S(H_{r1}; H_m) - b_0. \quad (22)$$

Primer krivih preokreta prvog reda prikazan je na slici 2. Parametri modela su isti kao u prethodnom primeru, a tačke preokreta su 0 A/m , -20 A/m , -40 A/m , -60 A/m i -90 A/m .



Slika 2. Krive preokreta prvog reda (isprekidane linije).

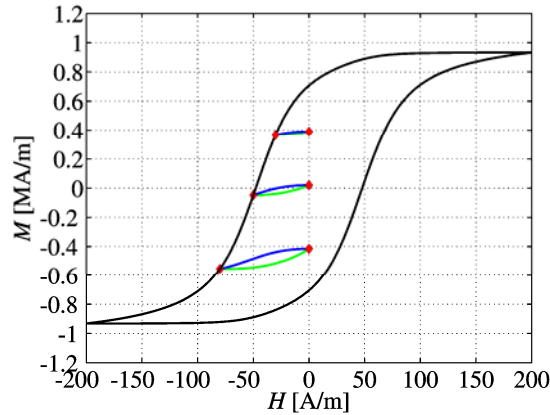
U okviru ovog tehničkog rešenja, predloženi model je generalizovan za opisivanje krivih preokreta drugog i višeg reda. Kriva preokreta drugog reda može se opisati sa

$$M_2^-(H) = b_2^- - M_b S(H; H_{r2}), \quad (23)$$

gde se b_2^- određuje iz uslova $M_1^+(H_{r2}) = M_2^-(H_{r2})$. Kako je $S(H_{r2}; H_{r2}) = 0$, sledi $b_2^- = -M_1^+(H_{r2})$, odnosno

$$b_2^- = b_1^+ - M_b S(H_{r2}; H_{r1}). \quad (24)$$

Primeri zatvorenih histerezisnih petlji koje se sastoje iz krivih preokreta prvog i drugog reda prikazani su na slici 3. Za prikazane petlje je $H_{r1} \in \{-30 \text{ A/m}, -50 \text{ A/m}, -80 \text{ A/m}\}$ i $H_{r2} = 0$. Ostali brojni podaci su isti kao u prethodnim primerima.



Slika 3. Povratne krive prvog reda (zelene linije) i drugog reda (plave linije).

Sada ćemo prikazati postupak za generisanje krivih preokreta višeg reda (NORC). Definišimo

$$\delta = \begin{cases} 1, & H_m > H_{r(n-1)}, \\ -1, & H_m < H_{r(n-1)}. \end{cases} \quad (25)$$

Parametar δ je definisan tako da je $\delta = 1$ za uzlazne i $\delta = -1$ za silazne krive. Kriva preokreta n -tog reda može se opisati sa

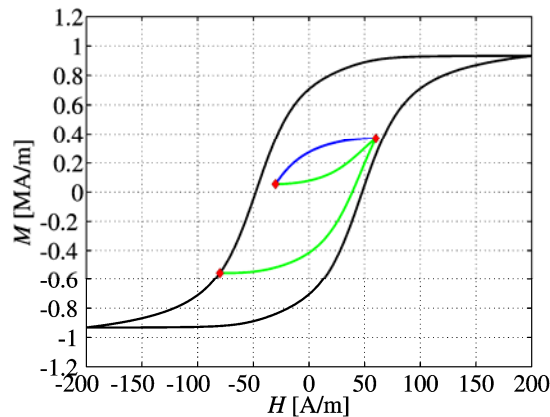
$$M_n(H) = \delta \cdot [M_b S(H; H_m) - b_n], \quad (26)$$

gde je

$$b_n = -b_{n-1} + M_b S(H_m; H_{r(n-1)}), \quad (27)$$

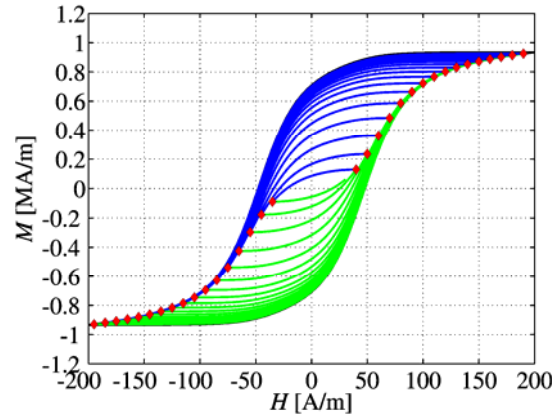
i b_0 dato izrazom (19). Pokažimo da izrazi (25)-(27) opisuju i grane simetrične histerezisne petlje. Za uzlaznu granu simetrične petlje važi $\delta = 1$, $H_{r0} = -H_m$, $H_{r1} = H_m$ i $n = 0$, te izraz (26) postaje $M_0(H) = M_b S(H; -H_m) - b_0$, što odgovara izrazu (17). Analogno, za silaznu granu važi $\delta = -1$, $H_{r0} = H_m$, $H_{r1} = -H_m$ i $n = 0$, te izraz (26) postaje $M_0(H) = b_0 - M_b S(H; H_m)$, što odgovara izrazu (18).

Primer primene opisanog postupka za generisanje zatvorene nesimetrične histerezisne petlje, koja se sastoji od krivih preokreta drugog i trećeg reda prikazan je na slici 4. Za prikazane petlje je $H_{r1} = -80 \text{ A/m}$, $H_{r2} = 60 \text{ A/m}$ i $H_{r3} = -30 \text{ A/m}$.



Slika 4. Asimetrična histerezisna petlja.

Primenom opisa krivih preokreta višeg reda (25)-(27) u ovom tehničkom rešenju je generisana i tzv. demagnetizaciona spirala. Demagnetizaciona spirala se dobija u toku više ciklusa u kojima se postepeno smanjuje amplituda magnetskog polja. Na slici 5 je prikazan primer demagnetizacione spirale. Parametri modela su isti kao u prethodnim primerima. Amplituda magnetskog polja smanjuje se za 5 A/m posle svakog preokreta.



Slika 5. Demagnetizaciona spirala.

Na kraju ovog odeljka, pokazaćemo kako se složene sigmoidalne funkcije mogu koristiti za određivanje inverzne histerezisne petlje. Inverzna histerezisna petlja se može opisati sa dve funkcije kojima je argument magnetizacija: jedna funkcija odgovara uzlaznoj grani, dok druga odgovara silaznoj grani histerezisne petlje. S obzirom da su $S(H; -H_m)$ i $S(H; H_m)$ monotono rastuće funkcije čiji je argument jačina magnetskog polja H , one imaju svoje inverzne funkcije. Zbog toga je jednostavno numerički rešiti odgovarajuće jednačine.

Određivanje inverznog histerezisa ilustrovaćemo na uzlaznoj grani histerezisne petlje. Na osnovu (17) koordinate krajnjih tačaka uzlazne grane (H_m, M_m) i $(-H_m, -M_m)$, gde M_m i H_m označavaju amplitude magnetizacije i magnetskog polja, zadovoljavaju jednačine

$$M_m - M_b S(H_m; -H_m) + b_0 = 0, \quad (28)$$

$$-M_m - M_b S(-H_m; -H_m) + b_0 = 0. \quad (29)$$

Na osnovu (29) i $S(-H_m; -H_m) = 0$ sledi $b_0 = M_m$. Uvrštavanjem u (28) dobija se

$$2M_m - M_b S(H_m; -H_m) = 0. \quad (30)$$

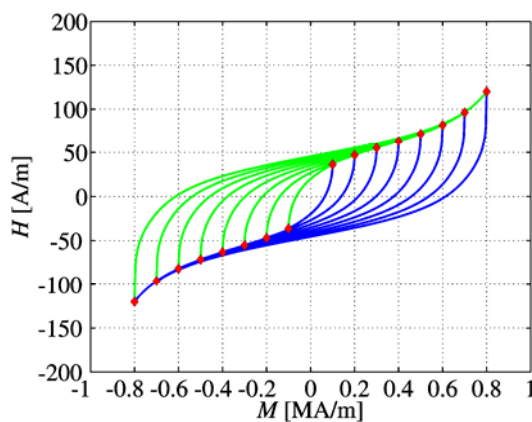
U slučaju određivanja inverznog histerezisa, u poslednjoj jednačini M_m je poznato, a potrebno je odrediti H_m . Jednačina ima dva rešenja po H_m , jednaka po modulu a suprotna po znaku. Negativno rešenje se odbacuje, jer je amplituda pozitivan broj.

Uzlaznoj grani histerezisne petlje odgovaraju vrednosti magnetizacije iz intervala $M \in [-M_m, M_m]$. S obzirom da su koordinate krajnjih tačaka određene, dovoljno je posmatrati interval $M \in (-M_m, M_m)$. Svakom $M \in (-M_m, M_m)$ na uzlaznoj grani histerezisne petlje odgovara samo jedna vrednost H , koja se dobija numeričkim rešavanjem jednačine (17). Kako je $b_0 = M_m$, jednačina (17) se može napisati i u obliku

$$M + M_m - M_b S(H; -H_m) = 0, \quad (31)$$

gde je H_m dobijeno numeričkim rešavanjem (30).

Na slici 6 su prikazane histerezisne petlje određene opisanim postupkom za sledeće vrednosti maksimalne magnetizacije $M_m = 0,1 \text{ MA/m}$, $M_m = 0,2 \text{ MA/m}$, $M_m = 0,3 \text{ MA/m}$, $M_m = 0,4 \text{ MA/m}$, $M_m = 0,5 \text{ MA/m}$, $M_m = 0,6 \text{ MA/m}$, $M_m = 0,7 \text{ MA/m}$ i $M_m = 0,8 \text{ MA/m}$. Ostali podaci su isti kao i u prethodnim primerima.



Slika 6. Inverzan histerezis.

3.3. Primeri modelovanja histerezisne petlje

U ovom odeljku izložena su tri primera modelovanja histerezisnih petlji korišćenjem sigmoidalnih funkcija.

3.3.1. Histerezisna petlja feroelektrika - Smith-ov algoritam

Model histerezisne petlje za feroelektrike je opisan u radu [17]. Model je baziran na modelu koji su razvili Jiles i Atherton za feromagnetske materijale.

U [17] je predložen sledeći algoritam za određivanje polarizacije feroelektrika. U prvom koraku se definiše efektivno električno polje

$$E_e(t) = E(t) + \alpha P_{irr}(t). \quad (32)$$

U drugom koraku se određuje $P_{an}(t)$ iz Langevin-ovog modela

$$P_{an}(t) = P_s \left[\coth \frac{E_e(t)}{a} - \frac{a}{E_e(t)} \right]. \quad (33)$$

U trećem koraku se rešava diferencijalna jednačina

$$\frac{dP_{irr}(t)}{dt} = \frac{\delta_M [P_{an}(t) - P_{irr}(t)]}{k\delta - \alpha [P_{an}(t) - P_{irr}(t)]} \cdot \frac{dE(t)}{dt}, \quad (34)$$

iz koje se određuje ireverzibilna polarizacija $P_{irr}(t)$. U diferencijalnoj jednačini (34) $\delta = \text{sgn}(dE/dt)$ i $\delta_M = 0,5 + 0,5 \text{sgn}[(P(t) - P_{an}(t))dE(t)/dt]$. U četvrtom koraku se određuje reverzibilna polarizacija $P_{rev}(t) = c[P_{an}(t) - P_{irr}(t)]$. U petom koraku se računa polarizacija kao zbir reverzibilne i ireverzibilne komponente, $P(t) = P_{rev}(t) + P_{irr}(t)$. Uvrštavanjem $P_{rev}(t) = c[P_{an}(t) - P_{irr}(t)]$ u $P(t) = P_{rev}(t) + P_{irr}(t)$ dobija se

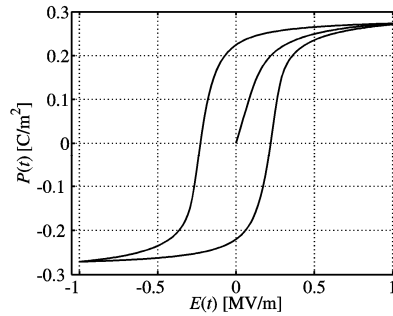
$$P(t) = cP_{an}(t) + (1 - c)P_{irr}(t). \quad (35)$$

U (32)-(35), α , a , k , c i P_s su parametri. U tabeli 1 je opisan uticaj parametara na histerezisnu petlju [17].

Tabela 1. Parametri Smith-ovog modela.

Parametar	Osobine	Uticaj na model histerezisne petlje
α	Faktor oblika	Veće α - strmije krive
a	Parametar usrednjenog polja, utiče na oblik P_{an}	Manje a - strmija P_{an}
k	Opisuje ireverzibilnu komponentu, utiče na širinu histerezisne petlje	Veće k - šira histerezisna petlja, za materijale sa uskom petljom $k \approx E_c$, ($k = 0$ nema histerezisa)
c	Koeficijent reverzibilnosti	Manje c - šira histerezisna petlja
P_s	Vrednost polarizacije u zasićenju	Veće P_s - veća vrednost polarizacije u zasićenju

Na slici 7 je prikazana histerezisna petlja dobijena primenom opisanog algoritma za sledeće vrednosti $E_{\max} = 1 \text{ MV/m}$, $\alpha = 1,1 \cdot 10^6 \text{ m/F}$, $a = 0,7 \cdot 10^5 \text{ C/m}^2$, $k = 4,5 \cdot 10^5 \text{ C/m}^2$, $c = 0,80$ i $P_s = 0,296 \text{ C/m}^2$. Diferencijalna jednačina je rešena numerički sa Runge-Kutta-Fehlberg 4(5) metodom. Gustina energije gubitaka usled histerezisa jednaka je $w_H = 228 \text{ kJ/m}^3$.



Slika 7. Histerezisna petlja modelovana primenom Smith-ovog algoritma.

Histerezisna petlja prikazana na slici 7 je modelovana korišćenjem tri sigmoidalne funkcije: Langevin-ove, arkus tangens i Frolich-ove funkcije. U sva tri slučaja uzlazna i silazna grana histerezisne petlje modelovane su kao

$$P_+ = P_0 s[c_0(e - a_0)] + b_0, \quad (36)$$

$$P_- = P_0 s[c_0(e + a_0)] - b_0, \quad (37)$$

gde s označava simetričnu sigmoidalnu funkciju, a e označava normalizovano električno polje $e = E/E_{\max}$. Parametar a_0 određen je iz koercitivnog polja $a_0 = E_c/E_{\max} = 0,21814$, dok parametar b_0 treba da obezbedi da silazna i uzlazna grana imaju zajedničke krajnje tačke. Te tačke odgovaraju ekstremnim vrednostima električnog polja $e = \pm 1$. S obzirom da su simetrične sigmoidalne funkcije neparne, iz $P_+(1) = P_-(1)$ i $P_+(-1) = P_-(-1)$ sledi

$$b_0 = \frac{P_0}{2} \{s[c_0(1 + a_0)] - s[c_0(1 - a_0)]\}. \quad (38)$$

Preostali parametri c_0 i P_0 određeni su fitovanjem. Zbog simetrije histerezisne petlje fitovanje je urađeno samo za uzlaznu granu. Kriterijum za fitovanje je postići što veći koeficijent determinacije R^2 , koji je računat kao

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (y_i - f_i)^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}, \quad (39)$$

gde su y_i tačne vrednosti, $\bar{y} = \sum_{i=1}^N y_i / N$ i f_i vrednosti izračunate iz modela. Opseg vrednosti za R^2 je interval $[0,1]$, a aproksimacija je bolja ako je R^2 bliži 1. Rezultati fitovanja za sve tri sigmoidalne funkcije prikazani su u tabeli 2. Na osnovu koeficijenata determinacije može se zaključiti da se korišćenjem Langevin-ove funkcije, arkus tangensa, kao i Frolich-ove funkcije uspešno može modelovati histerezisna petlja prikazana na slici 7. Prednost modela (36)-(38) baziranog na sigmoidalnim funkcijama je u tome da se fitovanjem određuju samo dva parametra, dok se u Smith-ovom algoritmu fituje pet parametara.

Tabela 2. Modeli sa Langevin-ovom funkcijom, arkus tangensom i Frolich-ovom funkcijom.

	$R^2 = 0,9982$ $s(x) = \coth(x) - 1/x$ $e = E/E_{\max}, \quad E_{\max} = 1 \text{ MV/m}$ $a_0 = E_c/E_{\max} = 0,21814$ $c_0 = 23,6125, \quad P_0 = 0,28137 \text{ C/m}^2$ $b_0 = (P_0/2) \{s_L[c_0(1+a_0)] - s_L[c_0(1-a_0)]\} = 2,7293 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^2$ $P_+ = P_0 s_L[c_0(e-a_0)] + b_0, \quad P_- = P_0 s_L[c_0(e+a_0)] - b_0$ $w_H = 224,3 \text{ kJ/m}^3$
	$R^2 = 0,9990$ $s(x) = \arctg(x)$ $e = E/E_{\max}, \quad E_{\max} = 1 \text{ MV/m}$ $a_0 = E_c/E_{\max} = 0,21814$ $c_0 = 13,4025, \quad P_0 = 0,18065 \text{ C/m}^2$ $b_0 = (P_0/2) \{s_A[c_0(1+a_0)] - s_A[c_0(1-a_0)]\} = 3,0681 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^2$ $P_+ = P_0 s_A[c_0(e-a_0)] + b_0, \quad P_- = P_0 s_A[c_0(e+a_0)] - b_0$ $w_H = 223,4 \text{ kJ/m}^3$
	$R^2 = 0,9983$ $s(x) = x/(1+ x)$ $e = E/E_{\max}, \quad E_{\max} = 1 \text{ MV/m}$ $a_0 = E_c/E_{\max} = 0,21814$ $c_0 = 13,6075, \quad P_0 = 0,29275 \text{ C/m}^2$ $b_0 = (P_0/2) \{s_F[c_0(1+a_0)] - s_F[c_0(1-a_0)]\} = 4,2480 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^2$ $P_+ = P_0 s_F[c_0(e-a_0)] + b_0, \quad P_- = P_0 s_F[c_0(e+a_0)] - b_0$ $w_H = 220,7 \text{ kJ/m}^3$

3.3.2. Fitovanje izmerenih histerezisnih petlji - primer 1

U ovom odeljku izloženi su rezultati modelovanja izmerenih histerezisnih petlji upotrebom sigmoidalnih funkcija. U toku modelovanja korišćene su Langevin-ova funkcija, arkus tangens, kao i kompozicija arkus tangens i Frolich-ove funkcije. Najbolji rezultati su dobijeni korišćenjem Langevin-ove funkcije. Model opisan u nastavku ovog odeljka baziran je na toj funkciji.

Model korišćen za modelovanje izmerenih histerezisnih petlji je opisan jednačinama

$$M_+ = M_0 \left[\coth(c_0(h-a_0)) - \frac{1}{c_0(h-a_0)} \right] + b_0, \quad (40)$$

$$M_- = M_0 \left[\coth(c_0(h+a_0)) - \frac{1}{c_0(h+a_0)} \right] - b_0, \quad (41)$$

gde je

$$b_0 = \frac{1}{2} M_0 \left[\coth(c_0(h_m-a_0)) - \frac{1}{c_0(h_m-a_0)} - \coth(c_0(h_m+a_0)) + \frac{1}{c_0(h_m+a_0)} \right]. \quad (42)$$

M_+ i M_- opisuju uzlaznu i silaznu granu histerezisne petlje, respektivno. U (40) i (41), h označava normalizovano magnetsko polje

$$h = H/H_s, \quad (43)$$

gde je sa H_s označeno magnetsko polje u saturaciji. U (42), h_m označava normalizovanu maksimalnu vrednost magnetskog polja,

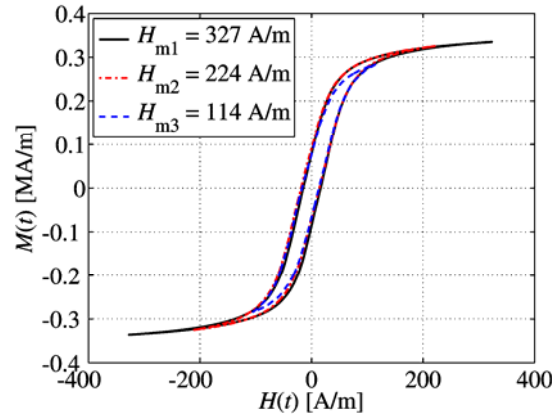
$$h_m = H_m/H_s, \quad (44)$$

gde je H_m maksimalna vrednost magnetskog polja za tu petlju (za glavnu petlju je $H_m = H_s$ i $h_m = 1$, dok je za unutrašnje petlje $H_m < H_s$ i $h_m < 1$).

Model je testiran na komercijalnom MnZn feritu 3F3. Od izmerenih podataka na raspolaganju su bile tri histerezisne petlje izmerene na frekvenciji 10kHz. Jedna od petlji je glavna, dok su druge dve simetrične unutrašnje petlje. Histerezisne petlje su izmerene mernom metodom opisanom u [49]. Za merenja je korišćen digitalni osciloskop visokih performansi DSO 90604A proizvođača Keysight Technology®, sa propusnim opsegom do 6 GHz i frekvencijom uzorkovanja od $20 \cdot 10^9$ odbiraka u sekundi. Magnetizacija je određena iz izmerenih podataka kao

$$M = B/\mu_0 - H, \quad (45)$$

gde je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m. Izmerene histerezisne petlje prikazane su na slici 8.



Slika 8. Histerezisne petlje MnZn ferita 3F3 dobijene merenjem na frekvenciji 10kHz.

Na osnovu rezultata merenja, maksimalna vrednost magnetskog polja za glavnu histerezisnu petlju je $H_{m1} = H_s = 327$ A/m, dok je za unutrašnje petlje $H_{m2} = 224$ A/m i $H_{m3} = 114$ A/m. Koercitivno polje, koje je takođe određeno iz rezultata merenja glavne petlje, iznosi $H_c = 16,3$ A/m. Parametar a_0 je određen iz koercitivnog polja kao

$$a_0 = H_c/H_s = 0,05. \quad (46)$$

Parametri c_0 i M_0 su određeni fitovanjem. Za fitovanje su korišćeni rezultati merenja glavne histerezisne petlje. Na raspolaganju je bilo 4004 izmerenih podataka (parovi (H, B)) koji svi odgovaraju jednom ciklusu. Fitovanje je urađeno za uzlaznu granu glavne petlje, pri čemu je korišćen svaki deseti odbirak (ukupno 200 tačaka). Kriterijum korišćen za fitovanje je bio postići što veći koeficijent determinacije R^2 . Kao optimalne vrednosti parametara dobijene su sledeće vrednosti

$$M_0 = 0,3568 \text{ MA/m}, \quad c_0 = 16,584. \quad (47)$$

Parametar b_0 se računa za svaku petlju posebno korišćenjem (42).

Rezultati fitovanja za sve tri histerezisne petlje su prikazani u tabeli 3. Na osnovu koeficijenata determinacije može se zaključiti da su sve tri histerezisne petlje uspešno modelovane.

Tabela 3. Model histerezisnih petlji MnZn ferita 3F3 na 10kHz.

	$R^2 = 0,9998$ $c_0 = 16,584$ $M_0 = 0,3568 \text{ MA/m}$ $a_0 = 0,05$ $H_{m1} = 327 \text{ A/m}, h_{m3} = 1$ $b_{01} = 1078,4 \text{ A/m}$ $w_{H1_merenje} = 23,74 \text{ J/m}^3, w_{H1_model} = 25,82 \text{ J/m}^3$
	$R^2 = 0,9986$ $c_0 = 16,584$ $M_0 = 0,3568 \text{ MA/m}$ $a_0 = 0,05$ $H_{m2} = 224 \text{ A/m}, h_{m2} = 0,685$ $b_{02} = 2305 \text{ A/m}$ $w_{H2_merenje} = 23,64 \text{ J/m}^3, w_{H2_model} = 24,17 \text{ J/m}^3$
	$R^2 = 0,9978$ $c_0 = 16,584$ $M_0 = 0,3568 \text{ MA/m}$ $a_0 = 0,05$ $H_{m3} = 114 \text{ A/m}, h_{m3} = 0,349$ $b_{03} = 9005,9 \text{ A/m}$ $w_{H3_merenje} = 18,22 \text{ J/m}^3, w_{H3_model} = 19,06 \text{ J/m}^3$

3.3.3. Fitovanje izmerenih histerezisnih petlji - primer 2

U ovom odeljku je prikazano modelovanje eksperimentalno dobijenih podataka o histerezisnim petljama za MnZn ferit 3F3 na frekvenciji 25kHz. Za modelovanje je korišćena složena sigmoidalna funkcija. Magnetizacija je posmatrana kao zbir reverzibilne i ireverzibilne magnetizacije.

Reverzibilna magnetizacija je modelovana korišćenjem tangensa hiperboličnog

$$M_{rev} = M_a \tanh(c_a h), \quad (48)$$

gde su M_a , c_a parametri i $h = H/H_{max}$ normalizovana jačina magnetskog polja.

Za modelovanje ireverzibilne magnetizacije, korišćena je sledeća složena sigmoidalna funkcija

$$S(u;v) = [s(u + a_0) - s(v + a_0)][s(u - a_0) - s(v - a_0)], \quad (49)$$

gde je

$$s(w) = \frac{1}{\tanh d} \tanh \left(d \frac{cw}{1 + |cw|} \right), \quad (50)$$

dok su v , a_0 , c i d parametri. Simetrična sigmoidalna funkcija (50) dobijena je kao kompozicija dve simetrične sigmoidalne funkcije: tangensa hiperboličnog i Frolich-ove funkcije. Ireverzibilni deo magnetizacije modelovan je kao

$$M_{\text{irr}}^+ = M_b S(h; -h_m) - b_0, \quad (51)$$

$$M_{\text{irr}}^- = b_0 - M_b S(h; h_m), \quad (52)$$

gde je $h_m = \max(h)$ i

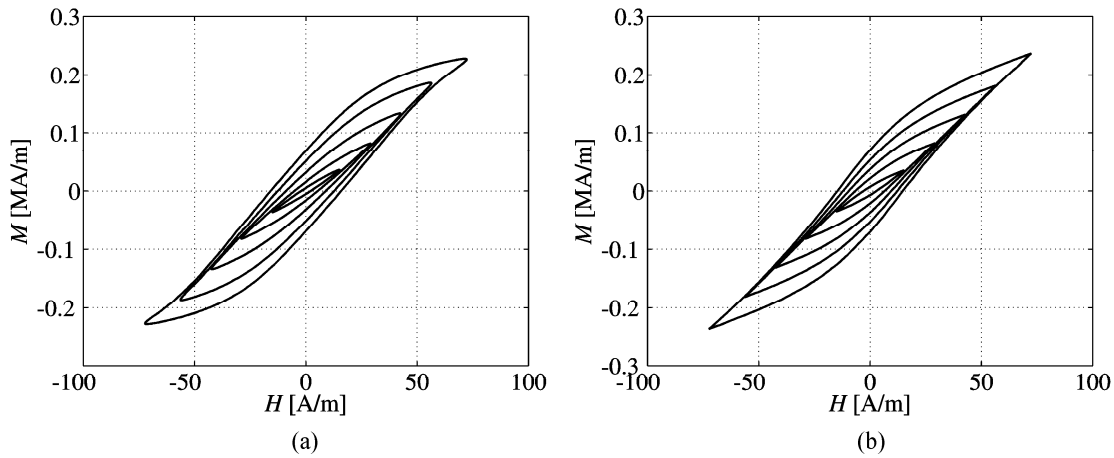
$$b_0 = \frac{1}{2} M_b S(h_m; -h_m). \quad (53)$$

Parametar b_0 obezbeđuje da su histerezisne petlje zatvorene.

Eksperimentalno dobijene histerezisne petlje na frekvenciji 25 kHz i modelovane histerezisne petlje prikazane su na slikama 9a i 9b, respektivno. Na graphicima je prikazano po pet petlji, kojima odgovaraju maksimalne vrednosti magnetskog polja 72,3 A/m, 56,4 A/m, 42,6 A/m, 29,1 A/m i 15,1 A/m. Za normalizaciju magnetskog polja korišćeno je $H_{\text{max}} = 72,3 \text{ A/m}$. Za modelovanje reverzibilnog dela magnetizacije vrednosti parametara su $M_a = 1 \text{ MA/m}$ i $c_a = 0,1$. Za modelovanje ireverzibilnog dela vrednosti parametara su $M_b = 0,3 \text{ MA/m}$, $a_0 = 0,12$, $c = 0,85$ i $d = 0,42$. Kvalitet aproksimacije je procenjen koeficijentom determinacije R^2 (tabela 4).

Tabela 4. Vrednosti koeficijenta determinacije.

$H_m \text{ [A/m]}$	72,3	56,4	42,6	29,1	15,1
R^2	0,9987	0,9984	0,9991	0,9975	0,9977



Slika 9. Simetrične histerezisne petlje a) eksperimentalne i b) modelovane.

3.4. Kako je realizovano tehničko rešenje i gde se primenjuje, odnosno koje su mogućnosti primene

Tehničko rešenje obuhvata analitičku metodu za modelovanje histerezisa, koja je bazirana na primeni sigmoidalnih funkcija. U okviru tehničkog rešenja su razvijeni i softverski implementirani postupci za određivanje histerezisnih petlji, krivih preokreta prvog, drugog i višeg reda, demagnetizacione spirale, kao i inverznog histerezisa. U okviru primene opisane metode, pokazano je da se eksperimentalno dobijen skup histerezisnih petlji može uspešno modelovati sa malim brojem parametara.

Model histerezisne petlje opisan u ovom tehničkom rešenju koriste istraživači sa Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu u aktivnostima koje se odnose na modelovanje magnetskih materijala, kao i za dalja istraživanja.

U okviru tehničkog rešenja, pokazano je da se opisana metoda može uspešno primeniti na modelovanje histerezisnih petlji magnetskih materijala, ali i histerezisnih petlji koje se pojavljuju kod feroelektrika. S obzirom na opštost modela, postojeće rešenje je moguće primeniti i na modelovanje histerezisnih petlji koje se pojavljuju u drugim oblastima. Predložena metoda za modelovanje histerezisa može se koristiti i u nastavnom procesu, npr. za demonstracije na predavanjima i vežbe na računaru.

4. Literatura

- [1] X. Tan and R. V. Iyer, "Modeling and control of hysteresis," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 29, no. 1, pp. 26-29, Feb. 2009.
- [2] R. C. Smith, *Smart Material Systems: Model Development*. Philadelphia, PA: SIAM, 2005.
- [3] M. A. Krasnosel'skii and A. V. Pokrovskii, *Systems with Hysteresis*, Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [4] I. D. Mayergoyz, *Mathematical Models of Hysteresis*, Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [5] A. Visintin, *Differential Models of Hysteresis*, Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [6] M. Brokate and J. Sprekels, *Hysteresis and Phase Transitions*, Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [7] A. Iványi, *Hysteresis Models in Electromagnetic Computations*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1997.
- [8] G. C. Hadjipanayis (Ed.), *Magnetic Hysteresis in Novel Magnetic Materials*, Kluwer, Dordrecht, 1997.
- [9] G. Bertotti, *Hysteresis in Magnetism*, Academic, Boston, 1998.
- [10] E. Della Torre, *Magnetic Hysteresis*, IEEE Press, 1999.
- [11] J. Takacs, *Mathematics of Hysteretic Phenomena*, Wiley-VCH, 2003.
- [12] M. Dimian and P. Andrei, *Noise-Driven Phenomena in Hysteretic Systems*, Springer, New York, 2014.
- [13] F. Preisach, "Über die magnetische nachwirkung," *Zeitschrift für Physik*, vol. 94, pp. 277-302, 1935.
- [14] I. D. Mayergoyz and P. A. Andrei, "Preisach modeling of clockwise hysteresis and its application to front propagation problems," *Journal of Applied Physics*, vol. 91, no. 10, pp. 7645- 7647, May 2002.
- [15] D. C. Jiles and D. L. Atherton, "Theory of ferromagnetic hysteresis," *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 61, no. 1-2, pp. 48-60, 1986.
- [16] D. C. Jiles, J. B. Thoele and M. K. Devine, "Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 28, no. 1, pp. 27-35, 1992.
- [17] R. C. Smith and C. L. Hom, "Domain wall theory for ferroelectric hysteresis," *J. Intell. Mater. Syst. Struct.*, vol. 10, no. 3, pp. 195-213, 1999.
- [18] K. Chwastek, J. Szczygłowski, "Estimation methods for the Jiles-Atherton model parameters - a review," *Przegląd Elektrotechniczny*, vol. 84, no. 12, pp. 145-148, 2008.
- [19] K. Chwastek, "Modelling magnetic properties of MnZn ferrites with the modified Jiles-Atherton description," *J. Phys. D: Appl. Phys.* vol. 43, 015005 (5pp), 2010.
- [20] M. Hamimid, M. Feliachi and S. M. Mimoun, "Modified Jiles-Atherton model and parameters identification using false position method," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 405, no. 8, pp. 1947-1950, 2010.
- [21] G. M. Lozito, F. R. Fulginei, and A. Salvini, "On the generalization capabilities of the ten-parameter Jiles-Atherton model," *Math. Probl. Eng.*, vol. 2015, Article ID 715018, 13 pages, 2015.
- [22] U. Hornung, "The mathematics of hysteresis," *Bull. Austral. Math. Soc.*, vol. 30, no. 2, pp. 271-287, 1984.
- [23] L. O. Chua and S. C. Bass, "A generalized hysteresis model," *IEEE Trans. Circuit Theory*, vol. 19, no. 1, pp. 36-48, 1972.
- [24] B. D. Coleman and M. L. Hodgdon, "On a class of constitutive relations for ferromagnetic hysteresis," *Arch. Rational Mech. Anal.*, vol. 99, no. 4, pp. 375-396, 1987.
- [25] J. Tellinen, "A simple scalar model for magnetic hysteresis," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 4, pp. 2200-2206, 1998.
- [26] J. W. Teape, R. R. S. Simpson, R. D. Slater and W. S. Wood, "Representation of magnetic characteristic, including hysteresis, by exponential series," *Proc. IEE*, vol. 121, no. 9, Sept. 1974.
- [27] F. Ossart and G. Meunier, "Comparison between various hysteresis models and experimental data," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 26, no. 5, pp. 2837-2839, 1990.
- [28] F. De Leon and A. Semleon, "A simple representation of dynamic hysteresis losses in power transformers," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 10, no. 1, pp. 315-321, 1995.
- [29] G. F. T. Widger, "Representation of magnetisation curves over extensive range by rational fraction approximations," *Proc. IEE*, vol. 116, no. 1, 156-160, Jan. 1969.
- [30] J. Rivas, J. M. Zamarró, E. Martín and C. Pereira, "Simple approximation for magnetization curves and hysteresis loops," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 17, no. 4, pp. 1498-1502, 1981.
- [31] L. Battistelli, G. Gentile and A. Piccolo, "Representation of hysteresis loops by rational fraction approximations," *Physica Scripta*, vol. 40, no. 4, pp. 502-507, 1989.
- [32] J. K. Sykulski, *Computational Magnetism*, Chapman & Hall, London, U. K., 1995.

- [33] Y. Saito, S. Hayano, H. Nakamura, Y. Kishino and N. Tsuya, "A representation of magnetic hysteresis by Fourier series," *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 54-57, Part 3, pp. 1613-1614, Feb. 1986.
- [34] Z. Wlodarski, J. Wlodarska, A. Brykalski, "Application of different saturation curves in a mathematical model of hysteresis," *COMPEL: Int. J. Comp. Math. E. E.*, vol. 24, no. 4, pp. 1367-1380, 2005.
- [35] Z. Wlodarski, "Modeling hysteresis by analytical reversal curves," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 398, no. 1, pp. 159-350, 2007.
- [36] Z. A. Avanaki, A. J. Hassanzadeh, "Modified Brillouin function to explain the ferromagnetic behavior of surfactant-aided synthesized α -Fe₂O₃ nanostructures," *J. Theor. Appl. Phys.*, vol. 7, no. 19, Dec. 2013.
- [37] R. I. Potter and R. J. Schiulian, "Self-consistently computed magnetization patterns in thin magnetic recording media," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 7, no. 4, pp. 873-880, 1971.
- [38] H. Trujillo, J. Cruz, M. Rivero and M. Barrios, "Analysis of the fluxgate response through a simple spice model," *Sens. Actuators*, vol. 75, no. 1, pp. 1-7, May, 1999.
- [39] Y. Wang, S. Wu, Z. Zhou, D. Cheng, N. Pang and Y. Wan, "Research on the dynamic hysteresis loop model of the residence times difference (RTD)-fluxgate," *Sensors*, vol. 13, no. 9, pp. 11539-11552, Sept. 2013.
- [40] A. M. Milovanovic and B. M. Koprivica, "Mathematical model of major hysteresis loop and transient magnetizations," *Electromagnetics*, vol. 35, no. 3, pp. 155-166, 2015.
- [41] B. Koprivica, A. Milovanovic and N. Mitrovic, "Mathematical modelling of frequency-dependent hysteresis and energy loss of FeBSiC amorphous alloy," *J. Magn. Magn. Mater.*, vol. 422, pp. 37-42, 2017.
- [42] J. Takacs, "A phenomenological mathematical model of hysteresis," *COMPEL: Int. J. Comp. Math. E. E.*, vol. 20, no. 4, pp. 1002-1014, 2001.
- [43] L. Petrescu, E. Cazacu and C. Petrescu, "Sigmoid functions used in hysteresis phenomenon modeling," *9th Int. Symp. on Advanced Topics In Electrical Engineering*, Bucharest, Romania, June 2015.
- [44] R. G. Harrison, "A physical model of spin ferromagnetism," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 39, no. 2, pp. 950-960, Mar. 2003.
- [45] R. G. Harrison, "Physical theory of ferromagnetic first-order return curves," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 45, no. 4, pp. 1922-1939, Apr. 2009.
- [46] R. G. Harrison, "Positive-feedback theory of hysteretic recoil loops in hard ferromagnetic materials," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 47, no. 1, pp. 175-191, Jan. 2011.
- [47] R. G. Harrison, "Modeling high-order ferromagnetic hysteretic minor loops and spirals using a generalized positive-feedback theory," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 3, pp. 1115-1129, March 2012.
- [48] J. A. Drakopoulos, "Sigmoidal theory," *Fuzzy Set and Systems*, vol. 76, no. 3, pp. 349-363, 1995.
- [49] M. Milutinov, "Modelovanje, simulacija i merenje snage gubitaka u feritnim jezgrima u frekvencijskom opsegu do 1 GHz", Doktorska disertacija, Univerzitet u Novom Sadu, FTN, 2017.



УНИВЕРЗИТЕТ
У НОВОМ САДУ



ФАКУЛТЕТ
ТЕХНИЧКИХ НАУКА

Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централa: 021 485 2000
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763
Телефакс: 021 458-133; e-mail: ftndeana@uns.ac.rs

ИНТЕГРИСАНИ
СИСТЕМ
МЕНАДЖМЕНТА
СЕРТИФИКОВАН ОД:



Наш број: 01.сл

Ваш број: _____

Датум: 2017-06-28

ИЗВОД ИЗ ЗАПИСНИКА

Наставно-научно веће Факултета техничких наука у Новом Саду, на 39. редовној седници одржаној дана 28.06.2017. године, донело је следећу одлуку:

-непотребно изостављено-

ТАЧКА 13.1. Верификација нових техничких решења и именовање рецензената

Тачка 13.1.2.: На основу позитивног извештаја рецензената верификује се техничко решење (М85) под називом:

“МЕТОДА ЗА МОДЕЛОВАЊЕ ХИСТЕРИЗАНЕ ПЕТЉЕ БАЗИРАНА НА СИГМОИДАЛНИМ ФУНКЦИЈАМА”

Аутори техничког решења: Анамарија Јухас, Славица Медић, Татјана Грбић, Миодраг Милутинов, Станиша Даутовић.

-непотребно изостављено-

Записник водила:

Јасмина Димић, дипл. правник

Тачност података оверава:

Секретар

Иван Нешковић, дипл. правник

Декан



Проф. др Радe Дорословачки



УНИВЕРЗИТЕТ
У НОВОМ САДУ



ФАКУЛТЕТ
ТЕХНИЧКИХ НАУКА

Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763
Телефакс: 021 458-133; e-mail: ftndeans@uns.ac.rs

ИНТЕГРИСАНИ
СИСТЕМ
МЕНАДЖМЕНТА
СЕРТИФИКОВАН ОД:



Наш број: _____
Ваш број: _____
Датум: _____ 2017-06-15

ИЗВОД ИЗ ЗАПИСНИКА

Наставно-научно веће Факултета техничких наука у Новом Саду на 37. редовној седници одржаној дана 31.05.2017. године, донело је следећу одлуку:

-непотребно изостављено-

**Тачка 13.1. Верификација нових техничких решења
и именовање рецензента**

Тачка 13.2.2.: У циљу верификације новог техничког решења усвајају се рецензенти:

1. Др Небојша Раичевић, ванр. проф, Електронски факултет у Нишу
2. Др Борис Јаковљевић, доцент, Факултет техничких наука у Новом Саду

Назив техничког решења:

**“МЕТОДА ЗА МОДЕЛОВАЊЕ ХИСТЕРЕЗИСНЕ ПЕТЉЕ БАЗИРАНА НА
СИГМОИДАЛНИМ ФУНКЦИЈАМА”**

Аутори техничког решења: Анамарија Јухас, Славица Медић, Татјана Грбић, Миодраг Милутинов, Станиша Даутовић.

-непотребно изостављено-

Записник водила:

Јасмина Димић, дипл. правник

Тачност података оверава:
Секретар

Иван Нешковић, дипл. правник



Декан

Проф. др Раде Дорословачки

РЕЦЕНЗИЈА ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

„Метода за моделовање хистерезисне петље базирана на сигмоидалним функцијама“

аутори: Анамарија Јухас, Славица Медић, Татјана Грбић, Миодраг Милутинов, Станиша Даутовић

пројекат: TR32016 Министарства просвете, науке и технолошког развоја

Кратак приказ разматраног техничког решења

У техничком решењу је развијен нов математички модел хистерезиса базиран на теорији сигмоидалних функција. У првом делу техничког решења је приказано стање решености овог проблема у свету и дат исцрпан преглед постојећих модела хистерезиса доступних у литератури. У другом делу су приказане основне особине симетричних сигмоидалних функција, као и сигмоидалних функција које настају композицијама сигмоидалних и монотоних непарних функција (где је редослед композиције функција могућ у оба смера). Претходна разматрања су у трећем делу техничког решења примењена на моделовање главне (енг. major) хистерезисне петље, симетричних и несиметричних малих (енг. minor) хистерезисних петљи, демагнетизационе спирале (енг. demagnetization spiral), инверзне хистерезисне петље, кривих преокрета првог реда (енг. First Order Reversal Curves, скр. FORC), другог реда (енг. Second Order Reversal Curves, скр. SORC) и вишег реда (енг. N-th Order Reversal Curves, скр. NORC). Општост и примењивост развијеног математичког модела је демонстрирана на три примера: а) у потпуности је реинтерпретиран Смитов алгоритам за одређивање хистерезисне петље фероелектрика, а потом су фитовани експериментални подаци добијени мерењима на комерцијалном MnZn језгру 3F3 на фреквенцији б) $f=10$ kHz и ц) $f=25$ kHz. У све три студије случаја, квалитет добијене апроксимације је оцењен тзв. коефицијентом детерминације R^2 , који је показао изузетно добро слагање између експерименталних података и развијених теоријских модела ($R^2 > 0,997$).

Оцена техничког решења

Идеја овог техничког решења је базирана на запажању да две гране типичне хистерезисне петље имају тзв. „s-облик“, односно да се на интервалу на ком су дефинисане могу посматрати као делови сигмоидалних функција. Отуда следи да се теорија сигмоидалних функција може употребити у математичком моделовању хистерезисне петље и пратећих феномена. Заиста, за моделовање хистерезисне петље се у доступној литератури често користе симетричне сигмоидалне функције, као што су Langevin–ова функција, Brillouin–ова функција, тангенс хиперболични или аркус тангенс функција. Ови модели међутим не користе потенцијал теорије сигмоидалних функција, нити чињеницу да се за моделовање могу употребити сложеније композиције сигмоидалних и монотоних непарних функција.

Значај остварених резултата

Техничко решење које је предмет ове рецензије прави искорак у односу на постојеће математичке моделе хистерезиса, који је био могућ на бази коришћења резултата теорије сигмоидалних функција. Разматрани проблем је актуелан и за његово решавање постоји континуалан инжењерски интерес, што се може закључити на основу бројних чланака и књига објављених од осамдесетих година прошлог века до данас. Развијени математички модел апроксимира експерименталне податке са високом верношћу, типично са мање параметара

него остали модели хистерезиса доступни у литератури. Модел је такође генералнији у смислу да пружа већу флексибилност у моделовању хистерезиса и пратећих феномена, коришћењем ширих класа сигмоидалних функција. Нови резултати приказани у оквирима овог техничког решења имају потенцијал примене у различитим областима, као што су физика, електроника, наука о материјалима, биологија, механика или економија.

Закључак

Разматрано техничко решење је оригинално, примењиво и значајно у области моделовања главне хистерезисне петље и пратећих феномена (малих хистерезисних петљи, инверзног хистерезиса, кривих преокрета првог, другог и вишег реда). Развијена нова метода може покрити широк распон примена у многим областима. У том смислу га позитивно оцењујем и предлажем да се техничко решење „Метода за моделовање хистерезисне петље базирана на сигмоидалним функцијама“, чији су аутори Анамарија Јухас, Славица Медић, Татјана Грбић, Миодраг Милутинов и Станиша Даутовић прихвати и класификује као резултат „М85-нова метода“.

Ниш
6. јун 2017.


Проф. др Небојша Б. Раичевић
Електронски факултет
Универзитет у Нишу

RECENZIJA PREDLOŽENOG TEHNIČKOG REŠENJA

Predmet: Mišljenje o ispunjenosti kriterijuma za priznavanje tehničkog rešenja

Naziv tehničkog rešenja: Metoda za modelovanje histerezisne petlje bazirana na sigmoidalnim funkcijama

Autori: Anamarija Juhas, Slavica Medić, Tatjana Grbić, Miodrag Milutinov i Staniša Dautović

Tehničko rešenje je razvijeno u okviru projekta tehnološkog razvoja TR-32016, čiji je rukovodilac prof. dr Ljiljana Živanov

Kategorija tehničkog rešenja: M85

Podtip rešenja: nova metoda

OBRAZLOŽENJE

U tehničkom rešenju prikazana je nova metoda za modelovanje histerezisnih petlji. Za modelovanje histerezisnih petlji koriste se simetrične sigmoidalne funkcije kao što su na primer tangens hiperbolični, arkus tangens ili Langevinova funkcija. Značaj tehničkog rešenja ogleda se u činjenici da je histerezis nelinearan fenomen koji se pojavljuje u mnogim prirodnim, društvenim i tehničkim naukama, pa je samim tim njegovo modelovanje značajno.

Stanje rešenosti problema modelovanja histerezisa je iscrpno prikazano u drugom delu tehničkog rešenja. Dat je prikaz nekoliko modela koji se koriste u modelovanju histerezisa.

Treći deo tehničkog rešenja sadrži osnovne pojmove i neke značajnije rezultate iz teorije sigmoidalnih funkcija. Pored već poznatih rezultata koji su navedeni, autori su pokazali da je kompozicija monotone, neparne i simetrične sigmoidalne funkcije takođe sigmoidalna funkcija, čime se klasa sigmoidalnih funkcija kojima se vrši modelovanje proširuje. U odeljku 3.2. je ilustrovano modelovanje histerezisa složenim sigmoidalnim funkcijama.

Smithov algoritam za modelovanje histerezisne petlje feroelektrika je prikazan u delu 3.3. U istom odeljku, je na dva primera ilustrovano fitovanje izmerenih histerezisnih petlji. U prvom primeru za modelovanje su korišćene Langevinova funkcija, arkus tangens, kao i kompozicija funkcije arkus tangens i Frolichove funkcije. Najbolji rezultat dobijen je korišćenjem Langevinove funkcije. U drugom primeru je za modelovanje korišćena složena sigmoidalna funkcija, pri čemu je magnetizacija posmatrana kao zbir reverzibilne i ireverzibilne magnetizacije.

Pored dobijenih teorijskih rezultata, u okviru ovog tehničkog rešenja, razvijeni su i softverski implementirani postupci za određivanje histerezisnih petlji, krivih preokreta prvog, drugog i višeg reda, demagnetizacione spirale kao i inverznog histerezisa.

Na kraju, želim da istaknem da je tehničko rešenje veoma jasno i precizno napisano, što ukazuje na to da su autori vrsni poznavaoци ove zahtevne oblasti. Pored toga treba istaći da njihovi rezultati u visokoj meri doprinose ovoj značajnoj oblasti. U studijama slučaja je pokazano dobro slaganje između eksperimentalnih podataka i podataka dobijenih iz razvijenog teorijskog modela. Eksperimentalno je pokazano da se dobijeni skup histerezisnih petlji primenom nove metode može uspešno modelovati sa manjim brojem parametara (u odnosu na dosadašnje metode).

ZAKLJUČAK

Na osnovu svega navedenog, veliko mi je zadovoljstvo da predložim da se tehničko rešenje pod nazivom „Metoda za modelovanje histerezisne petlje bazirana na sigmoidalnim funkcijama“, autora Anamarije Juhas, Slavice Medić, Tatjane Grbić, Miodraga Milutinova i Staniše Dautovića prihvati kao novo tehničko rešenje na projektu TR-32016, Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja i klasifikuje kao rezultat M85 – nova metoda.

U Novom Sadu,
12.VI 2017.



Docent dr Boris Jakovljević
Univerzitet u Novom Sadu
Fakultet tehničkih nauka