

# TEHNIČKO REŠENJE

## Metoda za modelovanje memristora bazirana na Takačevom modelu histerezisa

**M-85: Prototip, nova metoda, softver, standardizovan ili atestiran instrument, nova genetska proba, mikroorganizmi**

**Autori:**

dr Staniša Dautović, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

dr Nataša Samardžić, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

dr Anamarija Juhas, Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

**Godina:**

2019.

**Podtip tehničkog rešenja:**

Nova metoda - M85

**Korisnik:**

Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu, za potrebe daljih istraživanja

**Projekat u okviru koga je realizovano tehničko rešenje:**

**Broj projekta:** TR 32016 Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije  
Program istraživanja u oblasti tehnološkog razvoja za period 2011-2019.

**Tehnološka oblast:** Elektronika, telekomunikacije i informacione tehnologije

**Naziv projekta:** Inovativne elektronske komponente i sistemi bazirani na neorganskim i organskim tehnologijama ugrađeni u robe i proizvode široke potrošnje

**Rukovodilac projekta:** dr Ljiljana Živanov, redovni profesor

**Kako su rezultati verifikovani (od strane kog tela):**

Verifikacija tehničkog rešenja je izvršena od strane:

Naučno-nastavnog veća Fakulteta tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

### **Lista prethodnih tehničkih rešenja autora:**

- A. Juhas, M. Milutinov, D. Herceg, M. Prša, N. Pekarić-Nad, "Uređaj za generisanje homogenog magnetskog polja kontrolisanog intenziteta za potrebe biomagnetskih eksperimenata", 1. 12. 2010. M85, Projekat 18043, period 2008-2010.  
<http://deet.ftn.uns.ac.rs/index.php/publikacije/tehnicka-re%C5%A1enja-lista>
- A. Juhas, M. Milutinov, N. Pekarić-Nad, "Primena Monte Karlo metode za procenu merne nesigurnosti proračuna električnog i magnetskog polja nadzemnih i podzemnih vodova", prihvaćeno na NN Veću FTN 26.12.2012. M85, Projekat TR 32016.  
<http://deet.ftn.uns.ac.rs/index.php/publikacije/tehnicka-re%C5%A1enja-lista>
- B. Dakić, N. Samardžić, G. Stojanović, "Sistem za akviziciju signala sa 2D kapacitivne matrice", Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2013, M85, Projekat TR32016  
<http://deet.ftn.uns.ac.rs/index.php/publikacije/tehnicka-re%C5%A1enja-lista>
- A. Juhas, M. Milutinov, N. Burány, N. Pekarić-Nad, "Uređaj za generisanje homogenog niskofrekventnog električnog polja za periodične provere ispravnosti sonde za merenje električnog polja", prihvaćeno na NN Veću FTN 30.05.2016. M85, Projekat 32016  
<http://www.ftn.uns.ac.rs/n4670050/uredaj-za-generisanje-homogenog-niskofrekventnog-elektricnog-polja-za-periodicne-provere-sonde-za-merenje-elektricnog-polja>
- A. Juhas, S. Dautović, L. A. Novak, "Metoda za modelovanje signala pojačavača snage bazirana na nenegativnim trigonometrijskim polinomima drugog stepena", prihvaćeno na NN Veću FTN 06.07.2016. M85, Projekat 32016  
<http://www.ftn.uns.ac.rs/n4670049/metoda-za-modelovanje-signala-pojacavaca-snage-bazirana-na-nenegativnim-trigonometrijskim-polinomima-drugog-stepena>
- A. Juhas, S. Dautović, L. A. Novak, "Algoritam za određivanje graničnih linija impedansi za rezistivno-reaktivnu klasu-B/J pojačavača snage", prihvaćeno na NN Veću FTN 30.11.2016. M85, Projekat 32016  
<http://www.ftn.uns.ac.rs/n4670027/algoritam-za-odredjivanje-granicnih-linija-impedansi-za-rezistivno-reaktivnu-klasu-b-j-pojacavaca-snage>
- A. Juhas, S. Dautović, L. A. Novak, "Metoda za modelovanje signala struje u funkciji ugla provođenja sa primenom u analizi klase-F i inverzne klase-F pojačavača snage", prihvaćeno na NN Veću FTN 26.04.2017. M85, Projekat 32016  
<http://www.ftn.uns.ac.rs/n144778469/metoda-za-modelovanje-signala-struje-u-funkciji-ugla-provodjenja--klasa-f-i-inverzna-klasa-f>
- A. Juhas, S. Medić, T. Grbić, M. Milutinov, S. Dautović, "Metoda za modelovanje histerezisne petlje bazirana na sigmoidalnim funkcijama", prihvaćeno na NN Veću FTN 28.06.2017. M85, Projekat 32016  
<http://www.ftn.uns.ac.rs/n144778446/metoda-za-modelovanje-histerezisne-petlje-bazirana-na-sigmoidalnim-funkcijama>
- A. Juhas, S. Dautović, "Metoda za modelovanje ponašanja idealnog memristora", prihvaćeno na NN Veću FTN 12.07.2017. M85, Projekat 32016  
<http://www.ftn.uns.ac.rs/n144778445/metoda-za-modelovanje-ponasanja-idealnog-memristora>
- A. Juhas, S. Dautović, L. A. Novak, "Metoda za određivanje maksimalne efikasnosti klase-F i inverzne klase-F pojačavača snage sa konačnim brojem harmonika", prihvaćeno na NN Veću FTN 27.12.2017. M85, Projekat 32016  
<http://www.ftn.uns.ac.rs/n144778411/metoda-za-odredjivanje-maksimalne-efikasnosti-klase-f-i-inverzne-klase-f-pojacavaca-snage--sa-konacnim-brojem-harmonika>
- A. Juhas, S. Dautović, "Metoda za određivanje površina obuhvaćenih uštinutom histerezisnom petljom memristora na sinusnu pobudu", prihvaćeno na NN Veću FTN 26.09.2018. M85, Projekat 32016  
<http://www.ftn.uns.ac.rs/n144778407/metoda-za-odredjivanje-povrsina-obuhvacenih-ustinutom-histerezisnom-petljom-memristora-na-sinusnu-pobudu>

## 1. Opis problema koji se rešava tehničkim rešenjem

### Oblast na koju se tehničko rešenje odnosi

Teorija signala i sistema, teorija električnih kola, memristor, histerezisna petlja, uštinuta histerezisna petlja, Takačev model histerezisa, Duhemov model histerezisa

### Problem koji se tehničkim rešenjem rešava

Histerezisne petlje su uočene kod feroelektričnih memristora u ravni memristansa-napon, kod spintroničkih memristora u ravni memristansa-fluks, kao i kod elektroluminiscentnih sijalica (koje su takođe podklasa memristora) u fluks-naelektrisanje ravni (kao što je to uobičajeno, pod fluksom/naelektrisanjem podrazumevamo vremenski integral napona/struje). Histerezisne petlje se takođe pojavljuju kod modela memristora sa Bolekovom prozorskom funkcijom u memristansa-naelektrisanje ravni i u modelovanju praga memdiode. U dostupnoj literaturi postoji znatan broj matematičkih modela histerezisa, među kojima je i Takačev model. Ovaj model opisuje histerezisnu petlju korišćenjem dve analitičke funkcije sa malim brojem parametara i može pružiti dobro slaganje sa eksperimentalno dobijenim podacima.

U ovom tehničkom rešenju je povezana klasična teorija histerezisa (Takačev i Duhemov model) sa matematičkim modelovanjem memristora. Takođe, predložen je modifikovan Takačev model, koji omogućava opis asimetričnih histerezisnih petlji i odgovarajućih povratnih krivih prvog reda. Prikazana su dva primera korišćenja Takačevog modela u fitovanju eksperimentalno dobijenih podataka fabrikovanih memristora. Osim toga, pokazano je da diferencijalna jednačina Duhemovog modela histerezisa može biti korišćena kao jednačina stanja memristora. U tom slučaju histerezis se pojavljuje u promenljiva stanja-naelektrisanje ravni za strujom-kontrolisan memristor, i ne zavisi od talasnog oblika i frekvencije pobude. Jednačina stanja modela memristora sa Bolekovom prozorskom funkcijom takođe pripada klasi diferencijalnih jednačina u Duhemovom modelu. U specijalnom slučaju kada je  $p = 1$  u Bolekovoj prozorskoj funkciji, pokazano je da se ustaljeno rešenje može izraziti u terminima Takačevog modela.

## 2. Stanje rešenosti razmatranog problema u svetu

Histerezis je nelinearan fenomen, koji se javlja u mnogobrojnim oblastima, uključujući fiziku, elektroniku, nauku o materijalima, biologiju, mehaniku, ekonomiju itd. [1]. Histerezis je prvi put uočen kod feromagnetskih materijala, a potom i kod tzv. "pametnih" materijala, kao što su piezoelektrični materijali, elektroaktivni polimeri, magnetostriktivni materijali, legure koje pamte oblik, itd. [2].

U literaturi je opisan znatan broj modela histerezisa [3]-[13]. Glavna prednost matematičkog modelovanja je u njegovoj mogućnosti da opiše eksperimentalne podatke preko analitičkih izraza, koji omogućavaju jednostavniju i efikasniju analizu sistema sa histerezisom. Matematički model histerezisne petlje (nadalje kratko HISP-e) se najčešće opisuje matematičkim funkcijama [14]. Takačev model [15], [12] se bazira na linearnoj kombinaciji tangensa hiperboličnog i linearne funkcije. Različite modifikacije Takačevog modela, uključujući Langevin-ovu funkciju, arkus tangens, sinus od arkus tangensa ili Frolich-ovu funkciju su razmatrane u [16]. Modifikacije koje uključuju logističku funkciju, algebarsku sigmoidalnu funkciju ili Gompertz-ovu funkciju su analizirane u [17]. Pored modela koji su bazirani na matematičkim funkcijama, histerezis se takođe može opisati i diferencijalnim jednačinama (npr. Duhemov model [6]).

Pojavljivanje uštinute histerezisne petlje (kratko UHISP-e) u napon-struja ravni je jedan od "otisaka prsta" (eng. fingerprints) memristivnog ponašanja [18]-[20]. Pored memristora, memkondenzatora i memkalema, i ostali nelinearni elementi u Chua-inom sistemu elemenata takođe ispoljavaju UHISP-e u odgovarajućim ravnima, kao što je to pokazano u [21]. Jednostavan integrator-množać model UHISP-i je predstavljen u [22]. Teorija Lissajous-ovih figura je primenjena na kreiranje UHISP-i i eksperimentalno verifikovana u [23]. Postupak grafičkog modelovanja UHISP-i je opisan u [24].

Matematički model glavne i malih UHISP-i memdiode (diode sa memorijom) je predložen u [25], a zatim modifikovan u [26] uvođenjem frekvencijski zavisne promenljive stanja. U oba modela, grane histerona su logističke krive, izražene preko eksponencijalnih funkcija. Grana histerona se takođe može opisati sa tangens hiperboličnom funkcijom, zbog jednostavne veze između nje i eksponencijalne funkcije.

Memristor hiperboličkog tipa, kod koga je memductansa izražena kao tangens hiperbolična funkcija promenljive stanja je predložen u [27]. Iako to nije eksplicitno navedeno u [27], HISP se pojavljuje u memductansa-fluks ravni za ovaj tip memristora. Slično ovome, HISP u memductansa-fluks ravni  $TaO_x$  memristora može biti uočen u simulacijama korišćenjem modela opisanog u [28].

Pojava HISP-a je uočena i opisana kod spintroničkog memristora u memristansu-fluks ravni [29], kod feroelektričnog memristora (zajedno sa tzv. povratnim krivama) u memristansu-napon ravni [30], za memristor sa kvantnim kontaktom u rezistansu-napon ravni [31]. HISP-e su izmerene kod spintroničkih sinapsi ANN-ova u memristansu-struji ravni [32], [33]. I realni (konduktansu) i imaginarni (susceptansu) deo admitanse RRAM uređaja opisanih u [34] i [35] ispoljavaju histerezis sa promenom pobudnog napona. Koegzistencija histerezisa u memristansu-napon i memkapacitansu-napon ravnim analizirana je u [36], [37]. Elektroluminiscentne sijalice (eng. gas discharge lamps) koje su podklasa memristora, imaju inverzni histerezis u fluks-naelektrisanje ravni [38].

### 3. Detaljan opis tehničkog rešenja (uključujući i prateće ilustracije i tehničke crteže)

Takačev model HISP-e je kratko opisan u odeljku 3.1. U odeljku 3.2, klasičan Takačev model je proširen na slučaj asimetričnih HISP-i sa povratnim krivama prvog reda [39]. U odeljku 3.3 je pokazano da klasa diferencijalnih jednačina u Duhemovom modelu histerezisa može biti iskorišćena kao jednačina stanja memristora [39]. Takođe je pokazano da jednačina stanja modela memristora sa Biolekovom prozorskom funkcijom, kao i diferencijalna jednačina koja odgovara Takačevom modelu, obe pripadaju razmatranoj klasi diferencijalnih jednačina Duhemovog modela. Tri primera, uključujući spintronički memristor [29], višeslojnu metal-oksid memristivnu strukturu [36] i model memristora sa Biolekovom prozorskom funkcijom [40] su predstavljeni u odeljku 3.4. Mogućnosti primene tehničkog rešenja su opisane u odeljku 3.5.

#### 3.1 Kratak opis Takačevog modela histerezisa

Takačev model je baziran na  $T(x)$  funkciji, koja je definisana kao linearna kombinacija tangens hiperbolične funkcije i linearne funkcije:

$$T(x) = B_0 \tanh C_0 x + A_0 x. \quad (1)$$

Da bi se opisale grane simetrične HISP-e, hiperbolični deo  $T(x)$  funkcije je transliran horizontalno (ili desno ili levo za  $a_0$ ) i vertikalno (ili gore ili dole za  $b_1$ ). Uzlazna grana  $f_+^{A_0}$  za rastuće vrednosti  $x$  je opisana sa

$$f_+^{A_0}(x) = B_0 \tanh(C_0(x - a_0)) + A_0 x + b_1, \quad (2)$$

dok je silazna grana  $f_-^{A_0}$  za opadajuće vrednosti  $x$  opisana sa

$$f_-^{A_0}(x) = B_0 \tanh(C_0(x + a_0)) + A_0 x - b_1. \quad (3)$$

U kontekstu magnetskih materijala, parametar  $A_0$  u izrazima (2) i (3) se odnosi na reverzibilnu magnetizaciju, i može biti iskorišćen da "iskosi" HISP-u. U razmatranjima koja slede, koeficijent  $A_0$  je postavljen na nulu. Za  $A_0 = 0$ , izrazi (2) i (3) prelaze u

$$f_+(x) = B_0 \tanh(C_0(x - a_0)) + b_1, \quad (4)$$

$$f_-(x) = B_0 \tanh(C_0(x + a_0)) - b_1. \quad (5)$$

Kod zatvorenih HISP-i, grane imaju dve zajedničke tačke na vrhovima ("špicevima") histerezisa. Za periodičnu pobudu  $x = x(t)$ , sa nultom srednjom vrednošću i  $-X_m \leq x \leq X_m$ , vrhovi se pojavljaju za  $x = \pm X_m$ . Simetrična HISP je zatvorena kada je  $f_+(X_m) = f_-(X_m)$ . Ova relacija se može rešiti po  $b_1$ :

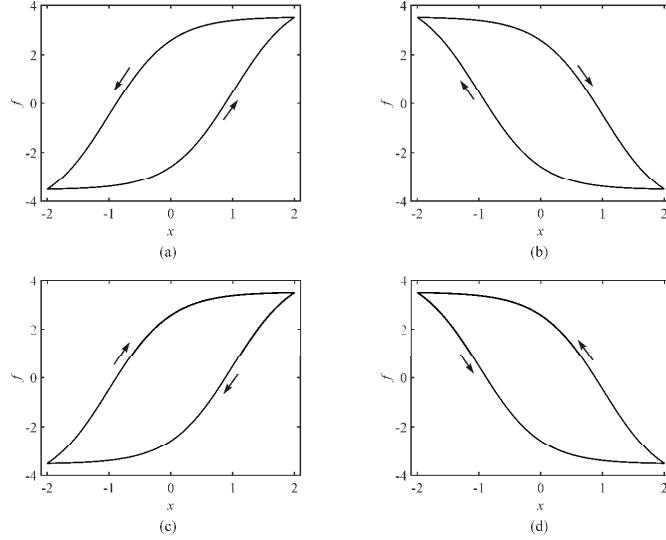
$$b_1 = \frac{B_0}{2} [\tanh(C_0(X_m + a_0)) - \tanh(C_0(X_m - a_0))]. \quad (6)$$

Lako se može pokazati da su horizontalne asymptote za  $f_+(x)$  i  $f_-(x)$  date sa  $\pm B_0 + b_1$  i  $\pm B_0 - b_1$ , respektivno. Primetiti da se HISP može translirati vertikalno dodavanjem iste konstante na obe grane  $f_+$  i  $f_-$ . Budući da je hiperbolički tangens neparna funkcija, bez gubitka opštosti može se smatrati da je

$$B_0 > 0. \quad (7)$$

Smer obilaska HISP-e se može izabrati podesnim izborom konstanti  $C_0$  i  $a_0$ . Za  $C_0 > 0$  i  $a_0 > 0$  dobija se klasičan histerezis kod kog je smer obilaska u pozitivnom matematičkom smeru (slika 1(a)). Za  $C_0 < 0$  i  $a_0 > 0$  smer obilaska je suprotan. U ovom slučaju minimum/maksimum ulazne veličine odgovara maksimumu/minimumu izlazne veličine (slika 1(b)). Za  $C_0 > 0$  i  $a_0 < 0$  dobija se histerezis kod kog je smer obilaska u smeru kazaljke na časovniku (slika 1(c)). Za

$C_0 < 0$  i  $a_0 < 0$  smer obilaska je u pozitivnom matematičkom smeru, a minimum/maksimum ulazne veličine odgovara maksimumu/minimumu izlazne veličine (slika 1(d)).



Slika 1. Primeri HISP-i za  $X_m=2$ ,  $B_0=4$ , a)  $C_0=1$  i  $a_0=1$ , b)  $C_0=-1$  i  $a_0=1$ , c)  $C_0=1$  i  $a_0=-1$ , d)  $C_0=-1$  i  $a_0=-1$ .

Grane inverznog histerezisa dobijaju se rešavanjem jednačina (4)-(5) po  $x$ :

$$x_+(f) = \frac{1}{C_0} \operatorname{artanh} \frac{f - b_1}{B_0} + a_0, \quad x_-(f) = \frac{1}{C_0} \operatorname{artanh} \frac{f + b_1}{B_0} - a_0, \quad (8)$$

gde  $\operatorname{artanh}(\cdot)$  označava inverzni tangens hiperbolični.

Najveća HISP koja može biti dostignuta u nekom sistemu ili materijalu je po definiciji glavna HISP [12]. Nadalje, kada se pobudni signal zaustavi i obrne na uzlaznoj grani u  $x=X_r$ ,  $-X_m < X_r < X_m$ , i vrati do  $-X_m$  (negativna saturacija), odgovarajući povratna kriva  $f_{r-}(x)$  se može opisati sa [12]

$$f_{r-}(x) = B_{down} \tanh(C_0(x + a_0)) - c_{down}. \quad (9)$$

Uzlazna grana (4) i silazna povratna kriva (9) imaju dve zajedničke tačke: jedna odgovara  $x=X_r$ , dok druga odgovara  $x=-X_m$ . Zbog toga,

$$\begin{aligned} f_+(X_r) &= f_{r-}(X_r), \\ f_+(-X_m) &= f_{r-}(-X_m). \end{aligned} \quad (10)$$

Sistem (10) se može rešiti po  $B_{down}$  i  $c_{down}$ :

$$\begin{aligned} B_{down} &= B_0 \frac{\beta - \alpha}{\gamma - \delta}, \\ c_{down} &= (B_{down} \delta - B_0 \alpha) - b_1, \end{aligned} \quad (11)$$

gde je  $b_1$  dato izrazom (6) i

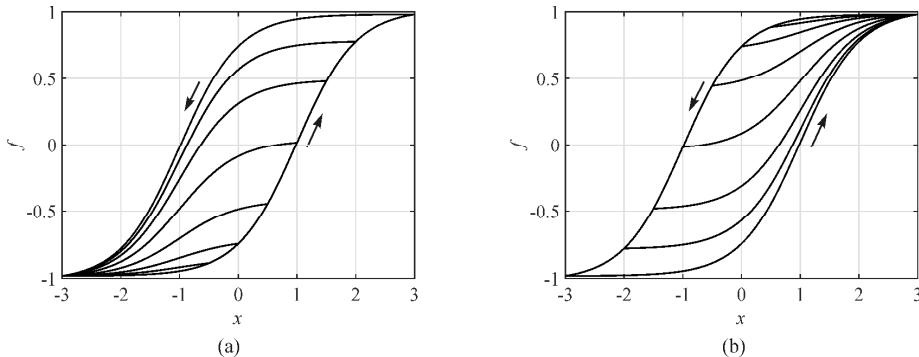
$$\begin{aligned} \alpha &= \tanh(C_0(-X_m - a_0)), & \beta &= \tanh(C_0(X_r - a_0)), \\ \gamma &= \tanh(C_0(X_r + a_0)), & \delta &= \tanh(C_0(-X_m + a_0)). \end{aligned} \quad (12)$$

Dualno, kada je tačka obrtanja na silaznoj grani, uzlazna povratna kriva  $f_{r+}(x)$  može se opisati sa

$$f_{r+}(x) = B_{up} \tanh(C_0(x - a_0)) + c_{up}. \quad (13)$$

Silazna grana (5) i uzlazna povratna kriva (13) imaju dve zajedničke tačke: prvu za  $x=X_r$  i drugu za  $x=X_m$ . Na osnovu dualnosti, nepoznati parametri mogu se odrediti iz izraza (11)-(12) zamenom  $B_{down}$  sa  $B_{up}$ ,  $c_{down}$  sa  $c_{up}$ ,  $X_m$  sa  $-X_m$  i  $X_r$  sa  $-X_r$ .

Primeri HISP-i i povratnih krivih prvog reda su prikazani na slici 2.



Slika 2. Glavna HISP za  $B_0=1$ ,  $a_0=1$ ,  $C_0=1$ ,  $X_m=3$ , (a) silazne povratne krive za  $X_r \in \{-0.5; 0; 0.5; 1; 1.5; 2\}$ , i (b) uzlazne povratne krive za  $X_r \in \{0.5; 0; -0.5; -1; -1.5; -2\}$ .

### 3.2 Modifikovan Takačev model - asimetrična HISP

Asimetrična HISP i odgovarajuće povratne krive primećene su kod feroelektričnih memristora [30], kao i u višeslojnim metal-oksid strukturama [36]. U našem radu [39] opisana je modifikacija Takačevog modela koja omogućava modelovanje asimetrične glavne HISP i odgovarajućih povratnih krivih.

Asimetrična glavna HISP može se modelovati korišćenjem modifikovane verzije Takačevog modela uvođenjem dodatnih parametara na sledeći način:

$$f_+^{as}(x) = B_{0+} \tanh(C_{0+}(x - a_{0+})) + b_1^{as}, \quad (14)$$

$$f_-^{as}(x) = B_{0-} \tanh(C_{0-}(x + a_{0-})) - b_1^{as}. \quad (15)$$

Za periodični pobudni signal  $x = x(t)$ , sa nultom jednosmernom komponentom i  $-X_m \leq x \leq X_m$ , vrhovi HISP-e se pojavljuju za  $x = \pm X_m$ , odakle sledi

$$\begin{aligned} f_+^{as}(X_m) &= f_-^{as}(X_m), \\ f_+^{as}(-X_m) &= f_-^{as}(-X_m). \end{aligned} \quad (16)$$

Sistem jednačina (16) se može rešiti po  $B_{0-}$  i  $b_1^{as}$ ,

$$\begin{aligned} B_{0-} &= B_{0+} \frac{\beta - \alpha}{\gamma - \delta}, \\ b_1^{as} &= \frac{1}{2}(B_{0-}\delta - B_{0+}\alpha), \end{aligned} \quad (17)$$

gde su

$$\begin{aligned} \alpha &= \tanh(C_{0+}(-X_m - a_{0+})), & \beta &= \tanh(C_{0+}(X_m - a_{0+})), \\ \gamma &= \tanh(C_{0-}(X_m + a_{0-})), & \delta &= \tanh(C_{0-}(-X_m + a_{0-})). \end{aligned} \quad (18)$$

Primetiti da za asimetrične HISP-e mora biti  $C_{0+} \neq C_{0-}$  i  $B_{0+} \neq B_{0-}$ . Simetrična HISP se dobija iz (14)-(15) za  $C_{0+} = C_{0-}$  i  $B_{0+} = B_{0-}$ .

Kada se pobudni signal zaustavi i obrne u  $x = X_r$  na uzlaznoj grani asimetrične HISP-e,  $-X_m < X_r < X_m$ , i vrati do  $-X_m$ , odgovarajuća povratna kriva može se opisati sa

$$f_{r-}^{as}(x) = B_{down}^{as} \tanh(C_{0-}(x + a_{0-})) - c_{down}^{as}. \quad (19)$$

Kako uzlazna grana (14) i povratna kriva (19) imaju dve zajedničke tačke za  $x = -X_m$  i  $x = X_r$ , sledi da

$$\begin{aligned} f_+^{as}(X_r) &= f_{r-}^{as}(X_r), \\ f_+^{as}(-X_m) &= f_{r-}^{as}(-X_m). \end{aligned} \quad (20)$$

Zamenom izraza (14) i (19) u izraz (20) dobija se sistem jednačina, koji se može rešiti po  $B_{down}^{as}$  i  $c_{down}^{as}$ ,

$$\begin{aligned} B_{down}^{as} &= B_{0+} \frac{\beta_+ - \alpha}{\gamma_- - \delta}, \\ c_{down}^{as} &= (B_{down}^{as} \delta - B_{0+} \alpha) - b_1^{as}, \end{aligned} \quad (21)$$

gde je  $b_1^{as}$  dato izrazom (17),  $\alpha$  i  $\delta$  izrazom (18), i

$$\beta_+ = \tanh(C_{0+}(X_r - a_{0+})), \quad \gamma_- = \tanh(C_{0-}(X_r + a_{0-})). \quad (22)$$

Dualno, kada je tačka povratka na silaznoj grani asimetrične HISP-e, uzlazna povratna kriva  $f_{r+}(x)$  se može opisati sa

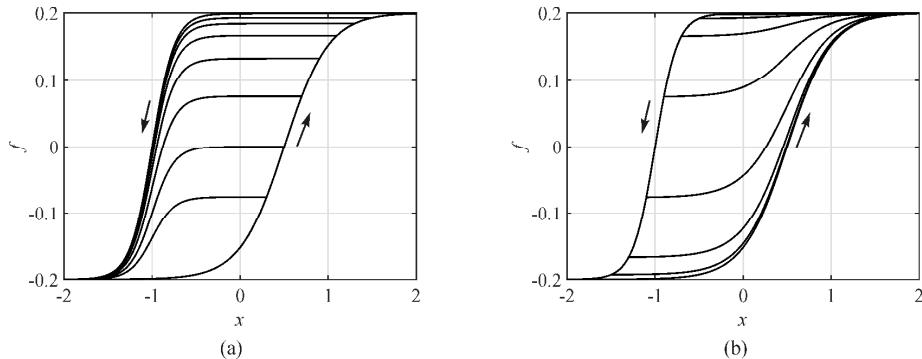
$$f_{r+}^{as}(x) = B_{up}^{as} \tanh(C_{0+}(x - a_{0+})) + c_{up}^{as}. \quad (23)$$

Silazna grana (15) i povratna kriva (23) imaju zajedničke tačke za  $x = X_m$  i  $x = X_r$ , tj.  $f_-^{as}(X_m) = f_{r+}^{as}(X_m)$  i  $f_-^{as}(X_r) = f_{r+}^{as}(X_r)$ . Iz ovih relacija, za nepoznate parametre  $B_{up}^{as}$  i  $c_{up}^{as}$  se dobija

$$\begin{aligned} B_{up}^{as} &= B_{0-} \frac{\gamma_- - \gamma_+}{\beta - \beta_+}, \\ c_{up}^{as} &= (B_{0-} \gamma_- - B_{up}^{as} \beta) - b_1^{as}, \end{aligned} \quad (24)$$

gde je  $b_1^{as}$  dato izrazom (17), a  $\beta_+$  i  $\gamma_-$  izrazom (22).

Primeri asimetrične glavne HISP-e zajedno sa povratnim krivama prvog reda su prikazani na slici 3.



**Slika 3.** Asimetrična glavna HISP za  $B_{0+}=0,2$ ,  $C_{0+}=2$ ,  $a_{0+}=0,5$ ,  $C_{0-}=4$ ,  $a_{0-}=1$ ,  $X_m=2$ , i povratne krive prvog reda koje počinju (a) na uzlaznoj grani za  $X_r \in \{1,5; 1,3; 1,1; 0,9; 0,7; 0,3\}$ , (b) silaznoj grani za  $X_r \in \{-1,5; -1,3; -1,1; -0,9; -0,7; -0,3\}$ .

### 3.3 Jednačina stanja i histerezis

Klasa diferencijalnih jednačina u Duhemovom modelu histerezisa može igrati ulogu jednačine stanja u matematičkom modelu memristora [39]. Ovoj klasi jednačina pripada jednačina stanja sa Bielekovom prozorskom funkcijom, kao i diferencijalna jednačina koja odgovara Takačevom modelu histerezisa.

Duhemov model histerezisa u  $x-U$  ravni je opisan sa (npr. [5])

$$\frac{dx}{dt} = \max(0, u) g(x, U) + \min(0, u) h(x, U), \quad (25)$$

gde je  $x$  promenljiva stanja,  $x(0) = x_0$  početni uslov,  $u$  je prvi izvod  $U$  po vremenu, tj.

$$\frac{dU}{dt} = u, \quad (26)$$

$\max/\min$  označava maksimum/minimum funkcije, i  $g(x, U)$  i  $h(x, U)$  su neprekidne funkcije. Ovaj model je poznat i kao Madelung-ov histeron [3]. Važno je napomenuti da je Duhemov model histerezisa frekvencijski nezavisan.

Razmotrimo klasu diferencijalnih jednačina Duhemovog modela histerezisa u  $x-U$  ravni, kod kojih su  $g$  i  $h$  funkcije koje zavise samo od  $x$ , odnosno koje su nezavisne od  $U$ . Odgovarajuća diferencijalna jednačina je oblika

$$\frac{dx}{dt} = \max(0, u)g(x) + \min(0, u)h(x). \quad (27)$$

U radu [25] je pokazano da se formiranje i prekidanje filamentarnih provodnih kanala duž izolacionog filma može opisati diferencijalnom jednačinom tipa (27). U modelu opisanom jednačinom (12) u [25],  $U$  odgovara naponu, a  $u$  prvom izvodu napona.

Lako se pokazuje da jednačina (27) može biti napisana u obliku

$$\frac{dx}{dt} = [H(u)g(x) + H(-u)h(x)]u, \quad (28)$$

gde je  $H(\cdot)$  Heaviside-ova funkcija:  $H(u) = 1$  za  $u \geq 0$ , i  $H(u) = 0$  za  $u < 0$ . U skladu sa Duhemovim modelom, histerezis će se pojaviti u  $x - U$  ravni, gde je

$$U = \int u dt. \quad (29)$$

Primetiti da jednačina (28) može biti napisana u obliku

$$\frac{dx}{dt} = w(x, u)u, \quad (30)$$

gde je

$$w(x, u) = H(u)g(x) + H(-u)h(x). \quad (31)$$

U kontekstu modelovanja memristora, (30) je jednačina stanja. U istom kontekstu,  $x$  je promenljiva stanja, a  $u$  je pobudni napon ili pobudna struja. U skladu sa Duhemovim modelom, rešenje jednačina (30)-(31) ispoljava frekvencijski nezavisan histerezis u promenljiva stanja-naelektrisanje ravni za strujom-kontrolisan memristor ili u promenljiva stanja-fluks ravni za naponom-kontrolisan memristor.

Specijalno, zamenom

$$\begin{aligned} g(x) &= k(1 - x^{2p}), \\ h(x) &= k[1 - (1 - x)^{2p}], \end{aligned} \quad (32)$$

gde je  $k$  konstanta, a  $p$  pozitivan ceo broj, zajedno sa  $u = i$  u jednačine (30)-(31) vodi ka

$$\frac{dx}{dt} = kw_{2p}(x, i)i, \quad (33)$$

$$w_{2p}(x, i) = H(i)(1 - x^{2p}) + H(-i)[1 - (1 - x)^{2p}]. \quad (34)$$

Lako je pokazati da se  $w_{2p}(x, i)$  za  $0 < x < 1$  podudara sa Bolekovom prozorskom funkcijom koja je predložena u [40]. Zbog toga, jednačina stanja za strujom-kontrolisan memristor sa Bolekovom prozorskom funkcijom. Prema Duhemovom modelu, histerezis se pojavljuje u promenljiva stanja-naelektrisanje ravni. Model strujom-kontrolisanog memristora sa Bolekovom prozorskom funkcijom je dodatno razmatran u odeljku 3.4.3.

U delu koji sledi izvećemo diferencijalnu jednačinu koja odgovara Takačevom modelu histerezisa. Pretpostavimo da je promenljiva stanja sa histerezisom, transliranim u horizontalnom pravcu za  $d_0$  i u vertikalnom pravcu za  $X_0$ , opisana sa

$$x = \begin{cases} B_0 \tanh(C_0(U - a_0 + d_0)) + b_1 + X_0, & u > 0, \\ B_0 \tanh(C_0(U + a_0 + d_0)) - b_1 + X_0, & u < 0. \end{cases} \quad (35)$$

Budući da je kodomen tangensa hiperboličnog konačnog argumenta otvoren interval  $(-1, 1)$ , iz izraza (35) sledi

$$X_0 - B_0 + b_1 < x < X_0 + B_0 + b_1, \quad u > 0. \quad (36)$$

$$X_0 - B_0 - b_1 < x < X_0 + B_0 - b_1, \quad u < 0.$$

Rešavanjem sistema nejednačina (36) dobija se sledeći opseg za promenljivu stanja:

$$X_0 - [B_0 - |b_1|] < x < X_0 + [B_0 - |b_1|], \quad B_0 > |b_1|. \quad (37)$$

Uzimajući u obzir da prvi izvod tangensa hiperboličnog zadovoljava identitet

$$\frac{d}{dz} \tanh(z) = 1 - \tanh^2(z), \quad (38)$$

prvi izvod izraza (35) po vremenu može se iskazati na sledeći način:

$$\frac{dx}{dt} = u \frac{C_0}{B_0} \begin{cases} B_0^2 - (x - b_1 - X_0)^2, & u > 0, \\ B_0^2 - (x + b_1 - X_0)^2, & u < 0. \end{cases} \quad (39)$$

Ovaj izraz može biti napisan u obliku jednačina (30)-(31), pod uslovom da je

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{C_0}{B_0} [B_0^2 - (x - b_1 - X_0)^2], \\ h(x) &= \frac{C_0}{B_0} [B_0^2 - (x + b_1 - X_0)^2]. \end{aligned} \quad (40)$$

Primetiti da se zamenom  $B_0 = 1$ ,  $C_0 = k$ ,  $b_1 = -1/2$ ,  $X_0 = 1/2$ , i  $u = i$  u izraz (39) dobija

$$\frac{dx}{dt} = ki \begin{cases} 1 - x^2, & i > 0, \\ 1 - (1-x)^2, & i < 0, \end{cases} \quad (41)$$

što se poklapa sa jednačinom stanja strujom-kontrolisanog Bielekovog modela memristora za  $p = 1$ . To povezuje Takačev model histerezisa sa modelom memristora sa Bielekovom prozorskom funkcijom za  $p = 1$ .

### 3.4 Primeri modelovanja HISP-i

U ovom odeljku su predstavljena tri primera modelovanja HISP-i. Odeljak 3.4.1 se odnosi na spintronički memristor [29], odeljak 3.4.2 na višeslojnu metal-oksid memristivnu strukturu [36] i odeljak 3.4.3 na model memristora sa Bielekovom prozorskom funkcijom [40].

#### 3.4.1 Modelovanje HISP-e spintroničkog memristora

HISP spintroničkog memristora u memristans-fluks ravni je opisana u [29]. Grane HISP-e su modelovane korišćenjem izraza

$$R^\pm(\Phi) = R_H - \frac{R_H - R_L}{1 + \exp[(\Phi_S^\pm - \Phi)/\delta^\pm]}, \quad (42)$$

gde je  $R^+$  grana koja odgovara pozitivnom naponu (odnosno rastućem fluksu), a  $R^-$  je grana koja odgovara negativnom naponu (opadajućem fluksu). U anti-paralelnom magnetskom stanju, visoka i niska otpornost su  $R_H = 375,9 \Omega$  i  $R_L = 362,5 \Omega$ , respektivno, dok su u paralelnom magnetskom stanju one  $R_H = 189,6 \Omega$  i  $R_L = 178,9 \Omega$ , respektivno. Fluks je u intervalu  $\Phi \in [0, 84] \text{ Vs}$ . Preostali parametri su dobijeni fitovanjem:  $\Phi_S^+ = 19,5 \text{ Vs}$ ,  $\delta^+ = 4,3 \text{ V}$ ,  $\Phi_S^- = 52,8 \text{ Vs}$ , i  $\delta^- = 5,3 \text{ V}$ .

Korišćenjem identiteta  $\tanh(x) = 1 - 2/(e^{2x} + 1)$ , grane HISP-e (42) mogu se napisati korišćenjem tangens hiperbolične funkcije kao

$$\begin{aligned} R^+ &= \frac{R_H - R_L}{2} \tanh \frac{\Phi_S^+ - \Phi}{2\delta^+} + \frac{R_H + R_L}{2}, \\ R^- &= \frac{R_H - R_L}{2} \tanh \frac{\Phi_S^- - \Phi}{2\delta^-} + \frac{R_H + R_L}{2}. \end{aligned} \quad (43)$$

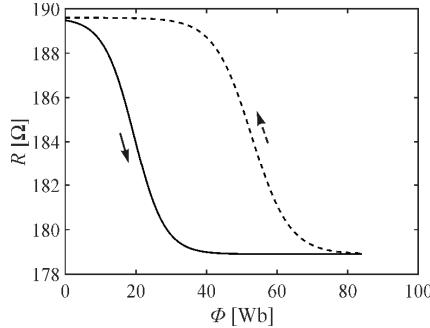
Osim toga, na osnovu odeljka 3.2, grane asimetrične HISP-e koja je translirana horizontalno za  $d_0$  i vertikalno za  $R_0$ , mogu se opisati sa

$$\begin{aligned} R_+ &= B_{0+} \tanh(C_{0+}(\Phi - a_0 - d_0)) + b_1 + R_0, \\ R_- &= B_{0-} \tanh(C_{0-}(\Phi + a_0 - d_0)) - b_1 + R_0. \end{aligned} \quad (44)$$

Lako se vidi da se model dat izrazom (42) može predstaviti u terminima modifikovanog Takačevog modela (44). Poređenjem izraza (43) i (44) dobijaju se sledeće vrednosti za parametre u izrazu (44):

$$\begin{aligned}
B_{0+} &= B_{0-} = \frac{1}{2}(R_H - R_L) = 5,35 \Omega, \\
C_{0+} &= -\frac{1}{2\delta^+} = -0,1163 \frac{1}{V}, & C_{0-} &= -\frac{1}{2\delta^-} = -0,0943 \frac{1}{V}, \\
a_0 &= \frac{1}{2}(\Phi_S^+ - \Phi_S^-) = -16,65 \text{ Vs}, & d_0 &= \frac{1}{2}(\Phi_S^- + \Phi_S^+) = 36,15 \text{ Vs}, \\
b_1 &= 0 \Omega, & R_0 &= \frac{1}{2}(R_H + R_L) = 184,25 \Omega.
\end{aligned} \tag{45}$$

U ovom primeru HISP nije zatvorena, što se može zaključiti iz toga što je  $B_{0+} = B_{0-}$  i  $C_{0+} \neq C_{0-}$ . HISP opisana izrazom (42), a takođe i izrazom (44) je prikazana na slici 4.

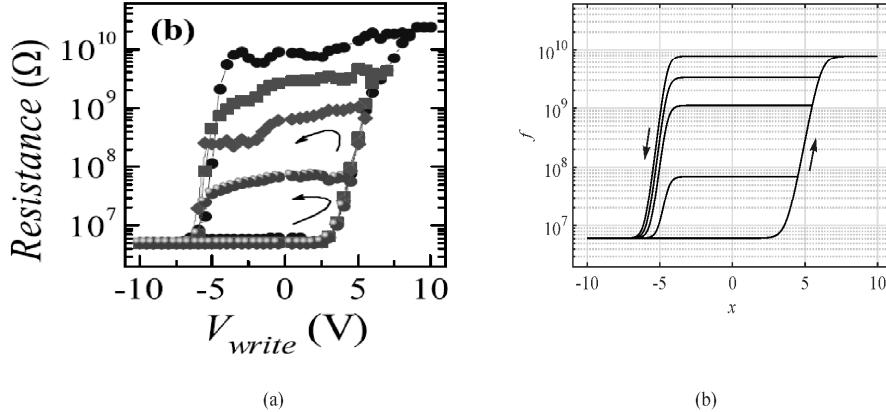


Slika 4. HISP za spintronički memristor u paralelnom magnetskom stanju.

### 3.4.2 Modelovanje HISP-e višeslojne metal-oksid strukture

Na slici 5(a) su prikazani rezultati merenja u memristans-a-napon ravni za višeslojnu metal-oksid strukturu opisanu u [36] sa podesivim stanjima otpornosti. Za datu strukturu, histerezis u pozitivnom matematičkom smeru između niske otpornosti  $R_L \approx 6,1 \text{ M}\Omega$  i visoke otpornosti  $R_H \approx 7,8 \text{ G}\Omega$  se javlja u memristans-a-napon ravni. Posmatrana struktura ispoljava i mem-kapacitivne efekte sa histerezisom u smeru kazaljke na satu između niske kapacitivnosti  $C_L \approx 0,7 \text{ pF}$  i visoke kapacitivnosti  $C_H \approx 1 \text{ nF}$  u kapacitivnost-napon ravni.

U ovom primeru modelovana je glavna HISP i silazne povratne krive prvog reda koje se odnose na rezistivna stanja prikazana na slici 5(a). Povratne krive počinju na uzlaznoj grani i završavaju u donjem levom uglu, gde je memristans jednaka  $R_L$ . Minimalna i maksimalna vrednost napona su  $V_{\min} = -10 \text{ V}$  i  $V_{\max} \approx 10 \text{ V}$ , respektivno. Zbog toga je  $V_m = 10 \text{ V}$ , a skup povratnih tačaka je  $V_r \in \{4,5; 5; 6\} \text{ V}$ .



**Slika 5.** (a)  $R - V_{write}$  za višeslojnu metal-oksid strukturu (preuzeto iz [36]) i (b) model asimetrične HISP i povratnih silaznih krivih koje počinju u  $V_r \in \{4, 5; 5, 5; 6\}$  V. Parametri modela su  $B_{0+}=3,897 \text{ G}\Omega \approx B_{0-}$ ,  $C_{0+}=1,5 \text{ V}^{-1}$ ,  $a_{0+}=6,1 \text{ V}$ ,  $C_{0-}=2,3 \text{ V}^{-1}$ ,  $a_{0-}=4,5 \text{ V}$ ,  $R_0=3,903 \text{ G}\Omega$ ,  $V_m=10 \text{ V}$ .

U ovom primeru, korišćen je model asimetrične HISP-e sa odgovarajućim povratnim krivama prvog reda opisan u odeljku 3.2. Dodatno, model HISP-e je transliran vertikalno za  $R_0$ . Uzlastna grana za rastuće vrednosti napona je opisana sa

$$R_+ = B_{0+} \tanh(C_{0+}(v - a_{0+})) + b_1^{as} + R_0, \quad (46)$$

a silazna grana sa

$$R_- = B_{0-} \tanh(C_{0-}(v + a_{0-})) - b_1^{as} + R_0. \quad (47)$$

Povratne krive za opadajuće vrednosti napona su opisane sa

$$R_{r-} = B_{down}^{as} \tanh(C_{0-}(v + a_{0-})) - c_{down}^{as} + R_0. \quad (48)$$

Za parametar  $R_0$  usvojena vrednost jednaka je  $(R_L + R_H)/2 \approx 3,903 \text{ G}\Omega$ . Parametri  $C_{0+}$ ,  $a_{0+}$ ,  $C_{0-}$ , i  $a_{0-}$ , su upotrebљeni za fitovanje glavnog HISP-e. Vrednosti ovih parametara su dati u zagлављу slike 5. Parametar  $b_1^{as}$  određen je iz izraza (17) za  $X_m = V_m = 10 \text{ V}$ , i iznosi  $b_1^{as} = 16,16 \text{ k}\Omega$ . Parametri  $B_{0+}$  i  $B_{0-}$  su izračunati korišćenjem izraza (17)-(18) kao

$$\begin{aligned} B_{0+} &= (R_H - R_L) \frac{\gamma - \delta}{\gamma - \delta + \beta - \alpha} \approx 3,896966 \text{ G}\Omega, \\ B_{0-} &= (R_H - R_L) \frac{\beta - \alpha}{\gamma - \delta + \beta - \alpha} \approx 3,896934 \text{ G}\Omega. \end{aligned} \quad (49)$$

Parametri  $B_{down}^{as}$  i  $c_{down}^{as}$  su izračunati iz izraza (21) i iznose

$$\begin{aligned} X_r = 4,5 \text{ V}, \quad B_{down}^{as} &= 31,809 \text{ M}\Omega, \quad c_{down}^{as} = 3,8651 \text{ G}\Omega, \\ X_r = 5,5 \text{ V}, \quad B_{down}^{as} &= 0,5528 \text{ G}\Omega, \quad c_{down}^{as} = 3,3442 \text{ G}\Omega, \\ X_r = 6 \text{ V}, \quad B_{down}^{as} &= 1,6584 \text{ G}\Omega, \quad c_{down}^{as} = 2,2386 \text{ G}\Omega. \end{aligned} \quad (50)$$

### 3.4.3 Model memristora sa Bolekovim prozorom

Jednačina stanja sa Bolekovim prozorom reda  $p$  glasi

$$\frac{dx}{dt} = ki \begin{cases} 1 - x^{2p}, & i > 0, \\ 1 - (1-x)^{2p}, & i < 0, \end{cases} \quad (51)$$

gde je  $0 < x < 1$ . Lako se vidi da se izraz (51) može napisati u obliku

$$idt = \frac{1}{k} \begin{cases} \frac{dx}{1 - x^{2p}}, & i > 0, \\ \frac{dx}{1 - (1-x)^{2p}}, & i < 0. \end{cases} \quad (52)$$

Označimo sa

$$W_{2p}(x) = \int \frac{dx}{1-x^{2p}}. \quad (53)$$

$W_{2p}(x)$  se može izraziti u terminima Gauss-ove hipergeometrijske funkcije kao (npr. [43])

$$W_{2p}(x) = x \cdot {}_2F_1\left[\frac{1}{2p}, 1, 1 + \frac{1}{2p}; x^{2p}\right]. \quad (54)$$

U jednačini (52) se mogu razdvojiti promenljive. Uzimajući u obzir izraze (53), (54) i  $Q = \int_0^t id\tau$ , rešenje jednačine (52) se može izraziti kao

$$Q = \begin{cases} \frac{1}{k} W_{2p}(x) + a_0 - d_0, & i > 0, \\ -\frac{1}{k} W_{2p}(1-x) - a_0 - d_0, & i < 0, \end{cases} \quad (55)$$

gde su  $d_0$  i  $a_0$  konstante. S obzirom da su  $(Q_{\max}, x_{\max})$  i  $(0, x_{\min})$  koordinate vrhova HISPe-e, uvrštavanje  $(Q_{\max}, x_{\max})$  i  $(0, x_{\min})$  u izraz (55) dovodi do sledećeg sistema jednačina:

$$k(Q_{\max} - a_0 + d_0) = W_{2p}(x_{\max}), \quad (56)$$

$$k(Q_{\max} + a_0 + d_0) = -W_{2p}(1-x_{\max}), \quad (57)$$

$$k(-a_0 + d_0) = W_{2p}(x_{\min}), \quad (58)$$

$$k(a_0 + d_0) = -W_{2p}(1-x_{\min}). \quad (59)$$

Uvrštavanje izraza (58) u izraz (56) i izraz (59) u izraz (57) vodi ka

$$kQ_{\max} = W_{2p}(x_{\max}) - W_{2p}(x_{\min}), \quad (60)$$

$$kQ_{\max} = W_{2p}(1-x_{\min}) - W_{2p}(1-x_{\max}). \quad (61)$$

Dalje, uvrštavanjem izraza (60) u izraz (61) dobija se

$$W_{2p}(x_{\max}) + W_{2p}(1-x_{\max}) = W_{2p}(x_{\min}) + W_{2p}(1-x_{\min}). \quad (62)$$

Uvedimo pomoćnu funkciju

$$W^{POM}(x) = W_{2p}(x) + W_{2p}(1-x). \quad (63)$$

Prvi izvod  $W^{POM}(x)$  jednak je

$$\frac{d}{dx} W^{POM}(x) = \frac{1}{1-x^{2p}} - \frac{1}{1-(1-x)^{2p}}. \quad (64)$$

Lako je pokazati da je desna strana izraza (64) negativna za  $0 < x < 1/2$ , jednaka nuli za  $x = 1/2$  i pozitivna za  $1/2 < x < 1$ . Zbog toga,  $W^{POM}(x)$  je monotono opadajuća funkcija za  $x < 1/2$  i monotono rastuća funkcija za  $1/2 < x$ . Ove činjenice dalje impliciraju da  $W^{POM}(x)$  dostiže iste vrednosti za neke međusobno različite  $x_1$  i  $x_2$ , za koje važi  $x_1 < 1/2 < x_2$ . Iz identiteta  $W^{POM}(x) = W^{POM}(1-x)$  (videti izraz (63)) sledi da je  $x_2 = 1 - x_1$ . Zbog toga,

$$x_{\max} + x_{\min} = 1, \quad (65)$$

je jedino rešenje jednačine (62). Nedavno je dokazano da je model memristora sa Biolekovim prozorskom funkcijom globalno asimptotski stabilan [41]-[42], što pokazuje da ustaljeno rešenje ne zavisi od početnog uslova.

Kako je Gauss-ova hipergeometrijska funkcija  ${}_2F_1$  izražena u formi beskonačnog reda, njeno izračunavanje je obično sporo, te je preporučljivo umesto nje koristiti neki efikasan algoritam za numeričko rešavanje diferencijalnih jednačina. U takvom slučaju, relacija (65) može biti iskorišćena za proveru da li je u numeričkim simulacijama dostignuto ustaljeno stanje i ili za procenu numeričkih grešaka u dobijenim rešenjima.

Funkcija  $W_{2p}(x)$  u specijalnom slučaju kada je  $p=1$  postaje

$$W_2(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} = \operatorname{artanh}(x). \quad (66)$$

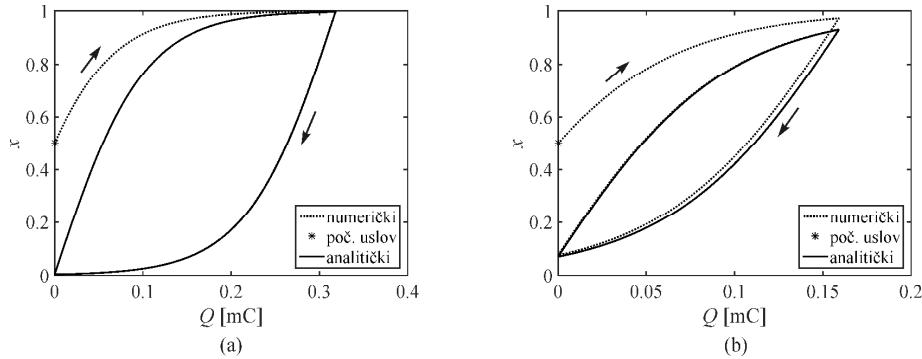
Za  $p = 1$ , izraz (55) dobija oblik

$$Q = \begin{cases} \frac{1}{k} \operatorname{artanh}(x) + a_0 - d_0, & i > 0, \\ -\frac{1}{k} \operatorname{artanh}(1-x) - a_0 - d_0, & i < 0. \end{cases} \quad (67)$$

U ovom specijalnom slučaju ( $p = 1$ ) moguće je promenljivu stanju izraziti u funkciji nanelektrisanja,

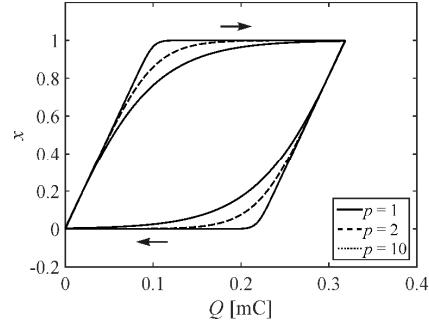
$$x = \begin{cases} \tanh(k(Q - a_0 + d_0)), & i > 0, \\ \tanh(k(Q + a_0 + d_0)) + 1, & i < 0. \end{cases} \quad (68)$$

Lako je uočiti da izraz (68) ima formu Takačevog modela histerezisa datog izrazom (35). Kao primer za model sa Bolekovom prozorskom funkcijom i  $p = 1$ , na slici 6 su predstavljana dva rešenja, numeričko rešenje sa tranzijentima (ispredidana linija) i analitičko rešenje za ustaljeni režim (puna linija), za dve različite amplitude pobudne struje sinusnog oblika, za  $I_m = 1\text{ mA}$ , i za  $I_m = 0,5\text{ mA}$ .



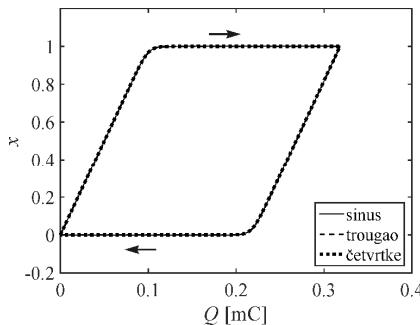
Slika 6. Rešenje u ustaljenom režimu (puna linija) i numeričko rešenje (ispredidana linija) u promenljivoj stanji-nanelektrisanje ravni za model sa Bolekovim prozorom za  $p=1$ ,  $k=10^4$ ,  $R_{\text{off}}=16\text{ k}\Omega$ ,  $R_{\text{on}}=100\Omega$ ,  $x_0=0,5$ ,  $i(t)=I_{\text{max}} \sin(2\pi ft)$ ,  $f=1\text{ Hz}$  (a)  $I_m=1\text{ mA}$ , i (b)  $I_m=0,5\text{ mA}$ .

Promenljiva stanja kao funkcija nanelektrisanja za strujom-kontrolisani memristor sa Bolekovim prozorom za  $p \in \{1, 2, 10\}$  je prikazan na slici 7. Simulacije su vršene korišćenjem Runge-Kutta-Fehlberg 4(5) metode i prikazan je samo ustaljen režim.



Slika 7. Promenljiva stanja kao funkcija nanelektrisanja u ustaljenom režimu za strujom-kontrolisan memristor sa Bolek-ovim prozorom za  $p \in \{1, 2, 10\}$ ,  $k=10^4$ ,  $i(t)=I_{\text{max}} \sin(2\pi ft)$ ,  $I_m=1\text{ mA}$ , i  $f=1\text{ Hz}$ .

Na slici 8 su prikazane HISP-e u promenljivoj stanji-nanelektrisanje ravni za tri različite neparno-simetrične periodične strujne pobude. Za dato  $Q_{\text{max}} = \max(Q)$  i datu frekvenciju  $f$ , odgovarajuće amplitude za struju koja je sinusoidalnog oblika, trougaonog oblika i oblika povorke četvrtki su jednake  $Q_{\text{max}}\pi f$ ,  $Q_{\text{max}}4f$ , i  $Q_{\text{max}}2f$ , respektivno. Za  $Q_{\text{max}} = 1/\pi\text{ mC}$  i  $f=1\text{ Hz}$ , amplitude su  $I_m^{\text{sin}}=1\text{ mA}$ ,  $I_m^{\text{tro}}=1,2732\text{ mA}$ , i  $I_m^{\text{čet}}=0,6366\text{ mA}$ . Sa slike se vidi da se HISP-e u promenljivoj stanji-nanelektrisanje ravni poklapaju za sva tri talasna oblika, što je u skladu sa činjenicom da Duhemov model opisuje histerezis koji ne zavisi od talasnog oblika i frekvencije pobude.



**Slika 8.** HISP-e u promenljiva stanja-naelektrisanje ravni za model sa Bielekovim prozorom za  $p=10$ ,  $k=10^4$ ,  $R_{\text{off}}=16 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{\text{on}}=100 \Omega$ , i tri oblika pobudne struje: sinusni, trougaoni i povorku četvrtki sa istim  $Q_{\max}=1/\pi \text{ mC}$  i  $f=1 \text{ Hz}$ .

S obzirom da je memristansa za model sa Bielekovom prozorskom funkcijom linearna funkcija promenljive stanja,  $R(x)=R_{\text{off}}-(R_{\text{off}}-R_{\text{on}})x$ , lako je pokazati da postojanje histerezisa u promenljiva stanja-naelektrisanje ravni povlači postojanje histerezisa u memristansu-naelektrisanje ravni.

### 3.5 Kako je realizovano tehničko rešenje i gde se primenjuje, odnosno koje su mogućnosti primene

U tehničkom rešenju je prikazana metoda za korišćenje Takačevog modela histerezisa u matematičkom modelovanju memristora. Такође је представљена модификована верзија Takačevog modela која може да опише асиметричне HISP-e i одговарајуће повратне криве које су уочене у експериментима описаним у литератури.

Dokazano je da klasa diferencijalnih jednačina u Duhemovom modelu histerezisa može igrati ulogu jednačina stanja u matematičkom modelovanju memristora. U tom kontekstu, histerezis se pojavljuje u stanje-naelektrisanje (stanje-fluks) ravni za strujom-kontrolisan (naponom-kontrolisan) memristor. Такође је показано да jednačina stanja modela memristora sa Bielekovom prozorskom funkcijom, као и diferencijalna jednačina која одговара Takačevom modelu, обе припадају класи diferencijalnih jednačina које су специјални slučaj Duhemovog modela. Будући да Duhemov model opisuje frekvencijski nezavisan histerezis, следи да су histerezisi u одговарајућим ravnima za memristore takođe frekvencijski nezavisni.

Kao demonstracija primene prikazane metode, modelovanje memristora korišćenjem Takačevog modela histerezisa je применено на два fabrikovana memristora описана у литератури.

Metodu описану у овом техничком решењу користе истраживачи са Факултета техничких наука у Новом Саду у активностима које се односе на анализу memristora, као и за даља истраживања. Неки од правца даљих истраживања обухватају: a) проширење применијивости описане методе на случај моделиовање memkondenzatora, memkalema и осталих mem-elemenata који испољавају HISP-e у одговарајућим ravnima, b) развој новог emulatora memristora i c) употребу других sigmoidalnih функција у Takačevom modelu.

## 4. Literatura

- [1] TAN, X., IYER, R. V. Modeling and control of hysteresis. *IEEE Control Systems Magazine*, 2009, vol. 29, no. 1, p. 26-28.
- [2] SMITH R. C. *Smart Material Systems: Model Development*. Philadelphia, PA (USA): SIAM, 2005.
- [3] KRASNOSEL'SKII, M. A., POKROVSKII A. V. *Systems with Hysteresis*. Berlin (Germany): Springer-Verlag, 1989.
- [4] MAYERGOYZ, I. D. *Mathematical Models of Hysteresis*. Berlin (Germany): Springer-Verlag, 1991.
- [5] MACKI J., NISTRI P., ZECCA P. Mathematical models for hysteresis, *SIAM Review*, 1993, vol. 35, pp. 94–123.
- [6] VISINTIN, A. *Differential Models of Hysteresis*. Berlin (Germany): Springer-Verlag, 1994.
- [7] BROKATE, M., SPREKELS J. *Hysteresis and Phase Transitions*. Berlin (Germany): Springer-Verlag, 1996.
- [8] IVÁNYI, A. *Hysteresis Models in Electromagnetic Computations*. Budapest (Hungary): ISBSI, 1997.
- [9] HADJIPANAYIS, G. C. (Ed.). *Magnetic Hysteresis in Novel Magnetic Materials*. Dordrecht (Netherlands): Springer Netherlands, 1997.
- [10] BERTOTTI, G. *Hysteresis in Magnetism*. Boston (USA): Academic Press, 1998.
- [11] DELLA TORRE, E. *Magnetic Hysteresis*. New York (USA): Wiley-IEEE Press, 1999.

- [12] TAKACS, J. *Mathematics of Hysteretic Phenomena*. Weinheim (Germany): Wiley-VCH, 2006.
- [13] DIMITAN, M., ANDREI, P. *Noise-Driven Phenomena in Hysteretic Systems*. New York (USA): Springer, 2014.
- [14] JUHAS A., MEDIĆ S., GRBIĆ T., MILUTINOV M., DAUTOVIĆ S. Metoda za modelovanje histerezisne petlje bazirana na sigmoidalnim funkcijama. Tehničko rešenje M85 prihvaćeno na NN Veću FTN 28.06.2017. Projekat 32016. <http://www.ftn.uns.ac.rs/n144778446/metoda-za-modelovanje-histerezisne-petlje-bazirana-na-sigmoidalnim-funkcijama>
- [15] TAKACS, J. A phenomenological mathematical model of hysteresis. *COMPEL - The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 2001, vol. 20, no. 4, p. 1002-1014.
- [16] WŁODARSKI, Z., WŁODARSKA, J., BRYKALSKI, A. Application of different saturation curves in a mathematical model of hysteresis. *COMPEL - The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 2005, vol. 24, no. 4, p. 1367-1380.
- [17] PETRESCU, L., CAZACU, E., PETRESCU, C. Sigmoid functions used in hysteresis phenomenon modeling. In *9th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering (ATEE)*. Bucharest (Romania), 2015, p. 521-524.
- [18] ADHIKARI, S. P., SAH, M. P. KIM, H., CHUA, L. O. Three fingerprints of memristor. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2013, vol. 60, no. 11, p. 3008-3021.
- [19] CHUA, L. O. If it's pinched it's a memristor. *Semiconductor Science and Technology*, 2014, vol. 29, no. 10, 104001.
- [20] CHUA, L. O. Everything you wish to know about memristors but are afraid to ask. *Radioengineering*, 2015, vol. 24, no. 2, p. 319-368.
- [21] BIOLEK, D., BIOLEK, Z., BIOLKOVA, V. Every nonlinear element from Chua's table can generate pinched hysteresis loops: generalised homothety theorem. *Electronics Letters*, 2016, vol. 52, no. 21, p. 1744-1746.
- [22] ELWAKIL, A. S., FOUDA, M. E., RADWAN, A. G., A simple model of double-loop hysteresis behavior in memristive elements. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2013, vol. 60, no. 8, p. 487-491.
- [23] MAUNDY, B., ELWAKIL, A. S., PSYCHALINOS, C. Correlation between the theory of Lissajous figures and the generation of pinched hysteresis loops in nonlinear circuits. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2019, vol. 66, no. 7, p. 2606-2614.
- [24] WANG, X., HUI, S. R. Graphical modelling of pinched hysteresis loops of memristors. *IET Science, Measurement & Technology*, 2017, vol. 11, no. 1, p. 86-96.
- [25] MIRANDA, E. Compact model for the major and minor hysteretic I-V loops in nonlinear memristive devices. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, 2015, vol. 14, no. 5, p. 787-789.
- [26] PATTERSON, A. G., SUNE, J., MIRANDA, E. Voltage-driven hysteresis model for resistive switching: SPICE modeling and circuit applications. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2017, vol. 36, no. 12, p. 2044-2051.
- [27] BAO, B., QIAN, H., XU, Q. et al Coexisting behaviors of asymmetric attractors in hyperbolic-type memristor based Hopfield neural network. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 2017, vol. 11, no. 81, p. 1-14. DOI: 10.3389/fncom.2017.00081
- [28] ASCOLI, A., TETZLAFF, R., BIOLEK, Z. et al The art of finding accurate memristor model solutions. *IEEE Journal on Emerging and Selected Topics in Circuits and Systems*, 2015, vol. 5, no. 2, p. 133-142.
- [29] KRZYSTECZKO, P., REISS, G., THOMAS, A. Memristive switching of MgO based magnetic tunnel junctions. *Applied Physics Letters*, 2009, vol. 95, no. 11, 112508.
- [30] CHANTHOUALA, A., GARCIA, V., CHERIFI, R. O., et al A ferroelectric memristor. *Nature Materials*, 2012, vol. 11, no. 10, p. 860-864.
- [31] MIRANDA, E., JIMENEZ, D., SUNE, J. The quantum point-contact memristor. *IEEE Electron Device Letters*, 2012, vol. 33, no. 10, p. 1474-1476.
- [32] FUKAMI, S., ZHANG, C., DUTTAGUPTA, S., et al Magnetization switching by spin-orbit torque in an antiferromagnet-ferromagnet bilayer system. *Nature materials*, 2016, vol. 15, no. 5, p. 535-541.
- [33] FUKAMI, S., OHNO, H. Perspective: Spintronic synapse for artificial neural network. *Journal of Applied Physics*, 2018, vol. 124, no. 15, 151904.
- [34] DUENAS, S., CASTAN, H., GARCIA, H., et al Study of the admittance hysteresis cycles in TiN/Ti/HfO<sub>2</sub>/W-based RRAM devices. *Microelectronic Engineering*, 2017, vol. 178, p. 30-33.
- [35] CASTAN, H., DUENAS, S., GARCIA, H., Analysis and control of the intermediate memory states of RRAM devices by means of admittance parameters, *Journal of Applied Physics*, 2018, vol. 124, no. 15, 152101.
- [36] YAN, Z. B., LIU, J. M. Coexistence of high performance resistance and capacitance memory based on multilayered metal-oxide structures. *Nature Scientific Reports*, 2013, vol. 3, 2482.
- [37] BESSONOV, A. A., KIRIKOVA, M. N., PETUKHOV, D. I., et al Layered memristive and memcapacitive switches for printable electronics. *Nature Materials*, 2015, vol. 14, no. 2, p. 199-204.
- [38] LIN, D., HUI, S. Y. R., CHUA, L. O., Gas discharge lamps are volatile memristors. *IEEE Trans. Circuits Syst. I: Regular Papers*, 2014, vol. 61, no. 7, p. 2066-2073.
- [39] DAUTOVIC, S., SAMARDZIC N., JUHAS, A., Takacs Model of hysteresis in mathematical modeling of memristors. *Radioengineering*, rad je prihvaćen 10. 11. 2019. godine.

- 
- [40] BIOLEK, Z., BIOLEK, D., BIOLKOVA, V. SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift. *Radioengineering*, 2009, vol. 18, no 2, p. 210-214.
  - [41] SLIPKO, V. A., PERSHIN, Y. V. Transient dynamics of pulse-driven memristors in the presence of a stable fixed point. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 2019, vol. 114, 113561.
  - [42] SLIPKO, V. A., PERSHIN, Y. V. Importance of the window function choice for the predictive modelling of memristors. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2019, early access.
  - [43] CORINTO, F., ASCOLI, A. A boundary condition-based approach to the modeling of memristor nano-structures. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, 2012, vol. 59, no. 11, p. 2713–2726.



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА  
21000 НОВИ САД, Трг Доситеја Обрадовића 6

Број:  
**226-106**

### Извод из записника са састанка Катедре

Датум:  
**25.11.2019.**

Седница/састанак:	КАТЕДРЕ ЗА ТЕОРИЈСКУ ЕЛЕКТРОТЕХНИКУ	
Место одржавања:	ФТН, Трг Д. Обрадовића бр. 6 Н. Сад, Ф – 119	
Присутни:	проф. др Никола Ђурић Н. Пекарић-Нађ, Н. Ђурић, С. Даутовић, А. Јухас, К. Касаш-Лажетић, М. Милутинов, Г. Мијатовић, К. Хашка, Ј. Ђелица, Т. Гаврилов, Д. Кљајић	Датум У Новом Саду, <b>25. 11. 2019.</b> године

### ЗАПИСНИК СА САСТАНКА КАТЕДРЕ

Дневни ред састанка:

- Доношење одлуке о именовању рецензената за Техничко решење под називом "Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса", чији су аутори доц. др Станиша Даутовић, доц. др Наташа Самарџић и проф. др Анамарија Јухас.

Непотребно изостављено

**Тачка 1.** Веће Катедре је донело одлуку да се именују рецензенти за Техничко решење под називом "Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса", чији су аутори доц. др Станиша Даутовић, доц. др Наташа Самарџић и проф. др Анамарија Јухас. Предлог рецензената:

- др Вељко Папић, ванредни професор, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду,
- др Александар Купусинац, ванредни професор, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду.

Непотребно изостављено

Записник - белешку сачинио:

др Драган Кљајић, секретар Катедре

(Име и презиме, звање)

Записник - белешку оверио:

проф. др Никола Ђурић, шеф Катедре

(Име и презиме, звање)

Примерак за: о – Архиву (навести коју); о - (уписати корисника); о - (уписати корисника)

- Архива Департмана за енергетику, електронику и телекомуникације
- Архиви Катедре



Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија  
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000  
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763  
Телефакс: 021 458-133; e-mail: ffn dean@uns.ac.rs

ИНТЕГРИСАНИ  
СИСТЕМ  
МЕНАДЖМЕНТА  
СЕРТИФИКОВАН ОД:



Факултет техничких наука  
Деканат

Наш број: 022-22/375-2

Ваш број:

Датум: 25.11.2019.

ПРЕДМЕТ: Именовање рецензената и усвајање рецензије за техничко решење

Наставно-научно веће Департмана за енергетику, електронику и телекомуникације, на 39. седници одржаној 25. новембра 2019. године, на иницијативу Катедре за теоријску електротехнику, једногласно је донело одлуку о именовању рецензената и усвајању рецензије за следеће техничко решење реализовано у оквиру рада на пројекту ТР 32016, чији је руководилац проф. др Љиљана Живанов:

1. Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса.

Аутори:

- др Станиша Даутовић, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду,  
- др Наташа Самарџић, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду,  
- др Анамарија Јухас, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду.

Предложени рецензенти:

- др Вељко Папић, ванредни професор, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду,  
- др Александар Купусинац, ванредни професор, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду.

С поштовањем,

Проф. др Борис Думнић,  
директор ДЕЕТ

Доставити:  
1. Јасмина Димић, дипл. правник, Служба за опште и правне послове,  
2. архива ДЕЕТ.



Наш број: \_\_\_\_\_

Ваш број: \_\_\_\_\_

Датум: \_\_\_\_\_

## ИЗВОД ИЗ ЗАПИСНИКА

Наставно-научно веће Факултета техничких наука у Новом Саду, на 33. редовној седници одржаној дана 27.11.2019. године, донело је следећу одлуку:

-непотребно изостављено-

### ТАЧКА 12. Питања научноистраживачког и уметничкоистраживачког рада и међународне сарадње

Тачка 12.1.1: У циљу верификације новог техничког решења усвајају се рецензенти:

1. Др Вељко Папић, ванредни професор, Електротехнички факултет у Београду
2. Др Александар Купусинац, ванредни професор, Факултет техничких наука у Новом Саду

Назив техничког решења:

### „МЕТОДА ЗА МОДЕЛОВАЊЕ МЕМРИСТОРА БАЗИРАНА НА ТАКАЧЕВОМ МОДЕЛУ ХИСТЕРЕЗИСА“

Аутори: Станиша Даутовић, Наташа Самарџић, Анамарија Јухас.

-непотребно изостављено-

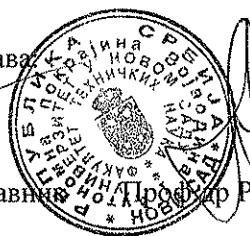
Записник водила:

Јасмина Димић, дипл.правник

Тачност података оверава:  
Секретар

Иван Нешковић, дипл.правник

Декан



Професор Раде Дорословачки

## РЕЦЕНЗИЈА ПРЕДЛОЖЕНОГ ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

Предмет: Мишљење о испуњености критеријума за признавање техничког решења

Назив техничког решења

Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса

Аутори: Станиша Даутовић, Наташа Самарцић и Анамарија Јухас

Техничко решење је развијено у оквиру пројекта технолошког развоја ТР-32016, руководилац

пројекта: Проф. др Љиљана Живанов

### Образложение

Моделовање има велики значај у анализи и синтези кола и мрежа са мемристорима, затим у оквиру тестирања фабрикованих мемристора и тумачења добијених резултата. Предвиђа се да ће због изузетних особина као што су нанометарске димензије и мала потрошња, мемристори имати кључну улогу у развоју будуће генерације рачунарских меморија и неуроморфних система.

У техничком решењу је приказана нова метода за моделовање мемристора која је базирана на примени модела класичног хистерезиса. Дат је детаљан преглед литературе која се односи на моделовање класичног хистерезиса, затим литературе која говори о моделовању и особинама уштинуте хистерезисне петље мемристора, као и листа радова са експерименталним резултатима у којима се класични хистерезис појавио у мемристанса-напон равни, затим мемристанса-флукс равни као и мемристанса-наелектрисање равни.

У техничком решењу је дат кратак опис Такачевог модела, а затим су предложене модификације у циљу моделовања несиметричне хистерезисне петље и придружених кривих преокрета првог реда. Осим тога, изведена је диференцијална једначина која одговара Такачевом моделу хистерезиса и показано је да она, као и једначина стања мемристора са Биолековом прозорском функцијом представљају специјалне случајеве диференцијалне једначине која се појављује у Духемовом моделу хистерезиса. Као последица, код ових типова мемристора, хистерезис ће се појавити у променљива стања-наелектрисање равни за струјом контролисане мемристоре, односно променљива стања-флукс равни за напоном контролисане мемристоре.

Као илustrација примене техничког решења, приказано је како се модификован Такачев модел може успешно применити за фитовање експериментално добијених резултата. Као пример су коришћени спинtronички мемристор који има несиметричан хистерезис у мемристанса-флукс равни, и вишеслојна метал-оксид мемристивна структура код које су измерене и међустања мемристансе, што одговара кривама преокрета првог реда на графику у мемристанса-напон равни. У трећем примеру је илустровано да модел струјом-контролисаног мемристора са Биолековом прозорском функцијом има хистерезис који је независан од фреквенције и таласног облика побуде у променљива стања-наелектрисање равни. За овај модел, показано је да је збир минималне и максималне вредности променљиве стања у устањеном режиму константан, што се може користити у симулацијама као провера колико је времена потребно да транзијентни део решења постане занемарљив.

Техничко решење је показало повезаност Такачевог модела и Духемовог модела класичног хистерезиса са математичким моделима неколико типова мемристора. Повезаност са Духемовим моделом је упутила на то да се хистерезис појављује у променљива стања-наелектрисање или променљива стања-флукс равни мемристора у зависности да ли је контролишућа величина струја или напон, респективно. Такође је показано да минималну и максималну вредност променљиве стања мемристора са Биолековом и Такачевом прозорском функцијом у устаљеном режиму повезује једноставна релација, која се може користити у симулаторима за проверу решења у смислу да ли је достигнуто устаљено стање и/или за процену нумеричке грешке.

### Закључак

На основу свега наведеног, предлажем да се Техничко решење под називом „Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса“ чији су аутори Станиша Даутовић, Наташа Самарцић и Анамарија Јухас прихвати као ново техничко решење на пројекту ТР-32016 Министарства просвете, науке и технолошког развоја и класификује као резултат: **М85-НОВА МЕТОДА**.

У Новом Саду,  
27. 11. 2019. године

  
Проф. др Александар Купусинац  
Факултет техничких наука  
Универзитет у Новом Саду

## РЕЦЕНЗИЈА ТЕХНИЧКОГ РЕШЕЊА

### „Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса“

автори: Станиша Даутовић, Наташа Самарцић и Ана Марија Јухас  
пројекат: TR32016 Министарства просвете, науке и технолошког развоја

#### *Кратак приказ разматраног техничког решења*

У техничком решењу је развијен нов приступ моделовању мемристора који је базиран на Takacs-евом моделу хистерезиса у мемристанса-напон, мемристанса-флукс или мемристанса-наелектрисање равни. У првом делу техничког решења је приказано стање решености овог проблема у свету и дат исцрпан преглед постојећих модела класичног хистерезиса, као и модела и особина уштинуте хистерезисне петље мемристора. Осим тога дата је и листа радова у којима се (класична) хистерезисна петља појављује у мемристанса-(напон или флукс или наелектрисање) равни. За моделовање хистерезисних петљи одабран је Takacs-ев модел код ког су гране хистерезисне петље описане коришћењем тангентс хиперболичне функције. С обзиром да експерименти указују да су хистерезисне петље несиметричне, у оквиру техничког решења предложена је и модификација Takacs-евог модела, која може да моделује и поменуту несиметрију. Показано је да једначина стања модела мемристора са Biodek-овом или Takacs-евом прозорском функцијом припада класи диференцијалних једначина у Duhem-овом моделу хистерезиса. С обзиром да Duhem-ов модел описује хистерезис који не зависи од фреквенције, извучен је и илустрован исти закључак за (класичне) хистерезисне петље које се појављују као решења наведених једначина стања. Претходна разматрања су у последњем делу техничког решења примењена на моделовање мемристора у три случаја: а) спинtronик мемристора са несиметричном хистерезисном петљом у мемристанса-флукс равни, б) вишеслојне метал-оксид мемристивне структуре са несиметричном хистерезисном петљом и повратним кривама првог реда у мемристанса-напон равни, и ц) модел мемристора са Biodek-овом прозорском функцијом.

#### *Оцена техничког решења*

Предложена нова метода је једноставна за примену и омогућава коришћење неких од познатих модела класичног хистерезиса (Takacs-ев модел и Duhem-ов модел) у моделовању мемристора. За мемристоре са Takacs-евом или Biodek-овом прозорском функцијом показано је да су минимална и максимална вредност променљиве стања у устаљеном режиму повезане једноставном релацијом и да је њихов збир константан. Та релација се може користити током симулација за оцену нумеричких грешака и конвергенције поступка рачунања.

#### *Значај остварених резултата*

Моделовање мемристора је актуелан проблем за чије решавање постоји континуалан инжењерски интерес, што се може закључити на основу великог броја чланака са овом тематиком у последњих десет година. Метода се може применити за моделовање већ реализованих мемристора и на неке од постојећих модела, али и на конструкцију нових модела. Резултати добијени у овом техничком решењу који указују на везу између максималне и минималне вредности променљиве стања у устаљеном режиму су значајни за тумачење резултата симулација електричних кола са мемристорима. Предложен приступ моделовању мемристора се може проширити и на моделовање оних мемкондензатора, мемкалемова или

других мем-елемената код којих се (класична) хистерезисна петља појављује у некој од равни која се користи за њихово описивање.

### **Закључак**

Разматрано техничко решење је оригинално, применљиво и значајно у области моделовања мемристора. У том смислу га позитивно оцењујем и предлажем да се техничко решење „**Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса**“, чији су аутори Станиша Даутовић, Наташа Самарцић и Анамарија Јухас прихвати и класификује као резултат „M85-нова метода“.

Београд  
30. новембар 2019.



Проф. др Вељко Папић  
Електротехнички факултет  
Универзитет у Београду



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ • ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА  
21000 НОВИ САД, Трг Доситеја Обрадовића 6

Број:  
**226-109**

### Извод из записника са састанка Катедре

Датум:  
**14.01.2020.**

Седница/састанак:	КАТЕДРЕ ЗА ТЕОРИЈСКУ ЕЛЕКТРОТЕХНИКУ	
Место одржавања:	ФТН, Трг Д. Обрадовића бр. 6 Н. Сад, Ф – 119	
Присутни:	проф. др Никола Ђурић Н. Пекарић-Нађ, Н. Ђурић, А. Јухас, К. Касаш-Лажетић, М. Милутинов, Г. Мијатовић, К. Хашка, Ј. Бјелица, Т. Гаврилов, Д. Кљајић.	Датум У Новом Саду, <b>14. 01. 2020.</b> године

### ЗАПИСНИК СА САСТАНКА КАТЕДРЕ

Дневни ред састанка:

- Усвајање рецензија за Техничко решење под називом "Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса", чији су аутори доц. др Станиша Даутовић, доц. др Наташа Самарџић и проф. др Анамарија Јухас.

Непотребно изостављено

**Тачка 1.** Веће Катедре је донело одлуку да се усвоје рецензије за Техничко решење под називом "Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса", чији су аутори доц. др Станиша Даутовић, доц. др Наташа Самарџић и проф. др Анамарија Јухас. Рецензенти су:

- др Вељко Папић, ванредни професор, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду,
- др Александар Купусинац, ванредни професор, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду.

Непотребно изостављено

Записник - белешку сачинио:

др Драган Кљајић, секретар Катедре

*Драган Кљајић*

(Име и презиме, звање)

Записник - белешку оверио:

проф. др Никола Ђурић, шеф Катедре

*Никола Ђурић*

(Име и презиме, звање)

Примерак за: о – Архиву (навести коју); о - (уписати корисника); о - (уписати корисника)

- Архива Департмана за енергетику, електронику и телекомуникације
- Архиви Катедре



УНИВЕРЗИТЕТ  
У НОВОМ САДУ



ФАКУЛТЕТ  
ТЕХНИЧКИХ НАУКА

Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија  
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000  
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763  
Телефакс: 021 458-133; e-mail: [ftn.dean@uns.ac.rs](mailto:ftn.dean@uns.ac.rs)

ИНТЕГРИСАНИ  
СИСТЕМ  
МЕНАЖМЕНТА  
СЕРТИФИКОВАН ОД:



Факултет техничких наука  
Деканат

Наш број: 022-22/12-2

Ваш број:

Датум: 20.01.2020.

ПРЕДМЕТ: Усвајање рецензија техничког решења под називом „Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса“

Наставно-научно веће Департмана за енергетику, електронику и телекомуникације, на 2. седници одржаној 20.01.2020. године, на иницијативу Катедре за теоријску електротехнику, једногласно је донело одлуку о усвајању рецензија за техничко решење:

- Метода за моделовање мемристора базирана на Такачевом моделу хистерезиса,

чији су аутори доц. др Станиша Даутовић, доц. др Наташа Самарџић и проф. др Анамарија Јухас.

Рецензенти су:

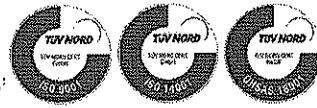
1. др Вељко Папић, ванредни професор, Електротехнички факултет, Универзитет у Београду;
2. др Александар Купусинац, ванредни професор, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду.

С поштовањем,

Проф. др Борис Думнић  
Директор ДЕЕТ

Доставити:

1. Јасмина Димић, дипл. прав., Служба за опште и правне послове,
2. архива ДЕЕТ



Наш број: \_\_\_\_\_

Ваш број: \_\_\_\_\_

Датум: \_\_\_\_\_

## ИЗВОД ИЗ ЗАПИСНИКА

Наставно-научно веће Факултета техничких наука у Новом Саду, на 37. редовној седници одржаној дана 22.1.2020. године, донело је следећу одлуку:

-непотребно изостављено-

### ТАЧКА 14. Питања научноистраживачког и уметничкоистраживачког рада и међународне сарадње

Тачка 14.2.1: На основу позитивног извештаја рецензената верификује се техничко решење (M85) под називом:

### „МЕТОДА ЗА МОДЕЛОВАЊЕ МЕМРИСТОРА БАЗИРАНА НА ТАКАЧЕВОМ МОДЕЛУ ХИСТЕРЕЗИСА“

Аутори: Станиша Даутовић, Наташа Самарџић, Анамарија Јухас.

-непотребно изостављено-

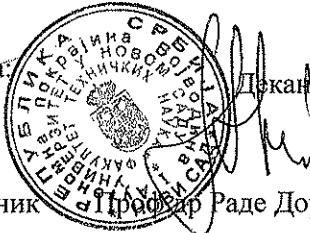
Записник водила:

Јасмина Димић, дипл.правник

Тачност података оверава:

Секретар

Иван Нешковић, дипл.правник



Декан

Продем Раде Дорословачки